

ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT HỆ CON LẮC NGƯỢC QUAY SLIDING MODE CONTROL FOR ROTARY INVERTED PENDULUM

Lê Quang Vũ¹, Nguyễn Minh Tâm¹, Dương Hoài Nghĩa²

¹*Trường đại học Sư phạm Kỹ thuật TP. Hồ Chí Minh*

²*Trường đại học Bách Khoa TP. Hồ Chí Minh*

Ngày tòa soạn nhận bài 27/9/2015, ngày phản biện đánh giá 12/10/2015, ngày chấp nhận đăng 10/11/2015

TÓM TẮT

Hệ con lắc ngược quay là một đối tượng điều khiển phi tuyến thường được sử dụng trong các phòng thí nghiệm điều khiển tự động. Nhiều giải thuật được thử nghiệm trên đối tượng này. Tuy nhiên, giải thuật điều khiển phi tuyến đã chứng tỏ được một số ưu điểm của mình so với một số loại điều khiển khác. Trong khuôn khổ bài báo này, nhóm tác giả trình bày một giải thuật điều khiển trượt - một trong những giải thuật điều khiển phi tuyến cho hệ con lắc ngược quay. Giải thuật trên đã điều khiển ổn định vị trí cánh tay và góc con lắc đối với hệ thống trên mô phỏng. Bài báo cũng cho thấy giải thuật điều khiển cũng cho kết quả tốt trên mô hình thực tế.

Từ khóa: *Con lắc ngược quay, điều khiển trượt, điều khiển phi tuyến, Matlab, Simulink.*

ABSTRACT

Rotary Inverted Pendulum is a nonlinear model that is popularly used in automatic control laboratories. A lot of algorithms have been developed for this model. In this paper, the authors represent a method of sliding mode control - one of nonlinear algorithms – for the rotary inverted pendulum. The algorithm stabilizes well the arm position and pendulum angle of the model on simulation. This research also shows that control algorithm has good results in real system.

Keywords: *Inverted Pendulum, sliding mode control, nonlinear control, Matlab, Simulink*

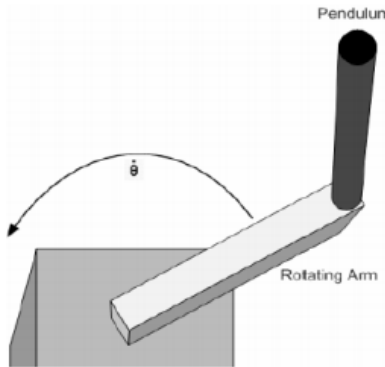
1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Con lắc ngược quay là một mô hình thông dụng được sử dụng nhiều trong các mô hình điều khiển tự động. Các giải thuật điều khiển hệ con lắc ngược quay đã được trình bày tóm tắt trong [1]. Trong đó, các giải thuật điều khiển tuyến tính như vi tích phân tỉ lệ (PID), tối ưu (LQR) đã chứng tỏ hiệu quả tốt mình nhưng những kết quả trên chỉ ổn định quanh vị trí làm việc ổn định [2], [3]. Để khắc phục điều này, giải thuật điều khiển phi tuyến được đề nghị trong bài báo này. Với giải thuật điều khiển phi tuyến, ta cần biết rõ phương trình toán học hệ thống cũng như các thông số hệ thống. Tuy nhiên, tín hiệu điều khiển được thiết kế bởi quy luật trên được đảm bảo bởi toán học và có ổn định cao, khoảng điều khiển rộng. Theo [4], giải thuật điều khiển trượt được thiết kế phù hợp cho hệ có số đầu vào

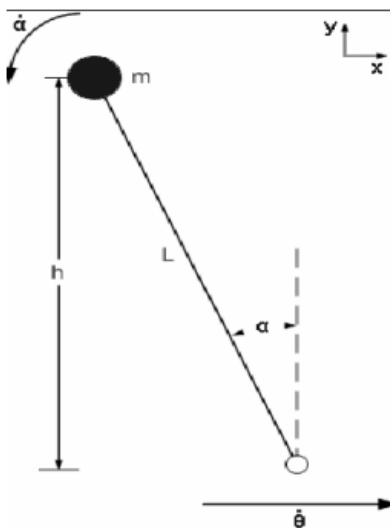
bằng với số đầu ra. Tuy nhiên, việc thiết kế cho hệ thống có số đầu vào bằng hoặc nhiều hơn số đầu ra-như hệ con lắc ngược quay- bị bỏ ngỏ. Trong khuôn khổ bài báo này, nhóm tác giả trình bày một giải thuật điều khiển trượt áp dụng được cho hệ SIMO như hệ con lắc. Các kết quả mô phỏng và thực tế chứng tỏ giải thuật được ứng dụng thành công trên cả lý thuyết và thực nghiệm. Bài báo được chia thành các mục tiếp theo như sau: Mục II trình bày phương trình toán học của hệ con lắc ngược quay. Mục III trình bày lý thuyết về giải thuật trượt được áp dụng. Mục IV chỉ rõ các kết quả mô phỏng và Mục V cho thấy các kết quả thực nghiệm đối với mô hình thực tế. Mục V tổng kết và đưa ra kết luận về các kết quả nghiên cứu.

2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC

Hệ con lắc ngược quay có một kết cấu cơ khí đơn giản bao gồm một động cơ có trục quay được gắn vuông góc với một thanh là cánh tay. Vuông góc với cánh tay là một thanh được gắn cố định một đầu. Thanh vuông góc đó được gọi là con lắc ngược và có khả năng quay tự do trong mặt phẳng vuông góc cánh tay. Các thanh cánh tay và thanh con lắc được gắn với các trục encoder để đo góc quay. Nhiệm vụ của điều khiển là ổn định thanh cánh tay tại vị trí đặt trước và điều khiển sao cho góc con lắc tại vị trí thẳng đứng.



Hình 1. Hệ thống con lắc nhìn từ phía trên



Hình 2. Mặt chiếu hoạt động của con lắc

Theo [5], nếu ta đặt:

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T$$

$$= [\theta \quad \dot{\theta} \quad \alpha \quad \dot{\alpha}]^T \quad (1)$$

Phương trình toán học hệ thống có dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F_1(x) + G_1(x)u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = F_2(x) + G_2(x)u \end{cases} \quad (2)$$

Với:

$$F_1(x) = \frac{-\frac{b^2}{2} \sin(2x_1)x_2^2 - Gbx_4 \cos(x_1) + ad \sin(x_1)}{ac - b^2 \cos^2 x_1} \quad (3)$$

$$G_1(x) = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g b}{R_m (ac - b^2 \cos^2 x_1)} \cos(x_1) \quad (4)$$

$$F_2(x) = \frac{cF_1(x) - d \sin(x_1)}{b \cos(x_1)} \quad (5)$$

$$G_2(x) = \frac{\eta_m \eta_g k_t k_g c}{R_m (ac - b^2 \cos^2 x_1)} \quad (6)$$

Và $a = J_{eq} + mr^2$; $b = mLr$;

$$d = mgL$$
; $E = ac - b^2$;

$$c = \frac{4}{3} mL^2$$
;

$$G = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_m K_g^2 + B_{eq} R_m}{R_m} \quad (7)$$

Bảng 1. Định nghĩa các thông số của mô hình

STT	Ký hiệu	Mô tả	Giá trị
1	L	Chiều dài từ trục quay con lắc đến trọng tâm con lắc	Đo đạc
2	h	Khoảng cách từ trọng tâm con lắc đến mặt sàn	Đo đạc
3	r	Chiều dài cánh tay	Đo đạc
4	θ	Góc quay cánh tay	Biến số
5	α	Góc lệch con lắc so với phương thẳng đứng	Biến số

6	J_{CM}	Momen quán tính của con lắc	Đo đạc
7	V_x	Vận tốc con lắc theo phương x	Biến số
8	V_y	Vận tốc con lắc theo phương y	Biến số
9	K_t	Hằng số momen của động cơ	Nhận dạng
10	K_m	Hằng số sức điện động (Back EMF constant)	Nhận dạng
11	R_m	Điện trở nội của động cơ	Đo đạc
12	J_m	Quán tính của động cơ	Nhận dạng
13	η_g	Hệ số truyền động	Nhận dạng
14	η_m	Hiệu suất động cơ	Nhận dạng
15	B_{eq}	Hệ số ma sát giữa cách tay và trục động cơ	Nhận dạng

3. GIẢI THUẬT ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT

Các mặt trượt thành phần được chọn như sau:

$$s_1 = x_2 + \lambda_1 x_1 \quad (8)$$

$$s_2 = x_4 + \lambda_3 x_3 \quad (9)$$

Hàm Lyapunov được chọn để ổn định hệ thống có dạng như sau:

$$V = |s_1| + \lambda_2 |s_2| \quad (10)$$

Đạo hàm hai vế của (10) theo thời gian, ta có:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{s}_1 \operatorname{sgn}(s_1) + \lambda_2 \dot{s}_2 \operatorname{sgn}(s_2) \\ &= (\dot{x}_2 + \lambda_1 x_2) \operatorname{sgn}(s_1) + \lambda_2 (\dot{x}_4 + \lambda_3 x_4) \operatorname{sgn}(s_2) \\ &= [F_1(x) + G_1(x)u + \lambda_1 x_2] \operatorname{sgn}(s_1) + \\ &+ \lambda_2 \{ [F_2(x) + G_2(x)u + \lambda_3 x_4] \operatorname{sgn}(s_2) \} \end{aligned}$$

$$= H(x) + I(x) \times u \quad (11)$$

Nếu ta chọn được tín hiệu điều khiển u thỏa mãn: $V\dot{V} < 0$ (12)

- Nếu $V < 0$ thì $\dot{V} > 0$ tức khi $V < 0$ thì V sẽ kéo về phí dương (tức hướng về vị trí 0) vì

$$\dot{V} > 0 \quad (13)$$

- Nếu $V > 0$ thì $\dot{V} < 0$ tức khi V dương thì V sẽ bị kéo về âm (tức hướng về vị trí 0) vì $\dot{V} < 0$ (14)

Tức V luôn hướng về giá trị 0, tức $V = |s_1| + \lambda_2 |s_2|$ luôn hướng về 0 tức $S_1 \rightarrow 0$ và $S_2 \rightarrow 0$ tức $x_1; x_2; x_3; x_4$ tiến về 0 tức hệ thống ổn định tại vị trí cân bằng.

Ở đây, giá trị λ_2 được chọn là một số dương nằm trong khoảng từ 0 đến 1. Nó quyết định thành phần nào được ưu tiên ổn định trong quá trình điều khiển: góc con lắc hay góc cánh tay. Ngoài ra, tín hiệu điều khiển u phải được lái sao cho:

$$\dot{V} = -\alpha \operatorname{sat}\left(\frac{V}{\phi}\right) \quad (15)$$

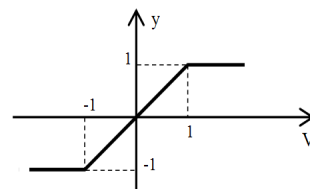
α là một số dương để xác định tốc độ V tiến về 0

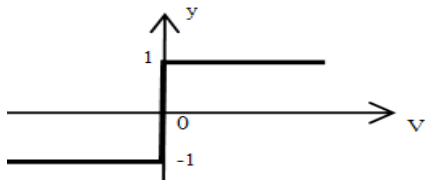
Trong đó, hàm $\operatorname{sat}()$ được định nghĩa như sau:

$$y = \operatorname{sat}\left(\frac{V}{\phi}\right) = \begin{cases} \frac{V}{\phi} & \text{if } \phi < |V| \\ \operatorname{sgn}(V) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

Ở đây, ta chọn hàm $\operatorname{Sat}()$ để dấu của V không quá đột ngột, theo như hình vẽ sau:

$$y = \operatorname{sign}(V) \text{ và } y = \operatorname{sat}(V/\phi)$$





Hình 3. Hình vẽ các ngõ ra theo hàm $sign()$ và $sat()$

Với hàm $sat()$, mức độ thay đổi dấu của điều khiển trượt không quá lớn, giúp giảm hiện tượng Chattering.

Thay (11) vào (15), ta có:

$$H(x) + I(x)u = -\alpha sat\left(\frac{V}{\phi}\right) \quad (17)$$

Tín hiệu hệ thống để điều khiển hệ thống theo giải thuật trượt là:

$$u = \frac{-H(x) - \alpha sat\left(\frac{V}{\phi}\right)}{I(x)} = [G_1(x)sgn(s_1) + \lambda_2 G_2(x)sgn(s_2)]^{-1} \times \begin{bmatrix} -\alpha sat\left(\frac{V}{\phi}\right) - [\lambda_1 x_2 + F_1(x)]sgn(s_1) + \\ -\lambda_2 [\lambda_3 x_4 + F_2(x)]sgn(s_2) \end{bmatrix} \quad (18)$$

4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Thông số mô hình ở Bảng 1 theo giá trị thực tế ở mô hình thực tế Hình 9:

$$m=0.067(\text{kg}); \quad L = 0.1832(\text{m}); \quad g=9.81(\text{m/s}^2); \quad R_m = 0.9(\Omega); \quad r= 0.17(\text{m}); \\ J_{eq}=0.006868(\text{kgm}^2), \quad J_m=0.000213(\text{kgm}^2), \\ K_t = 0.0706(\text{Nm}); \quad K_b = 0.0707 (\text{Nm}); \\ K_g = 0.0603 (\text{Nm}) \quad (19)$$

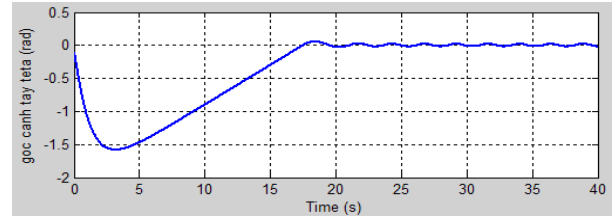
Chọn giá trị đầu của biến trạng thái như sau:

$$x_init = [0.1 \ 0 \ -0.1 \ 0]^T \quad (20)$$

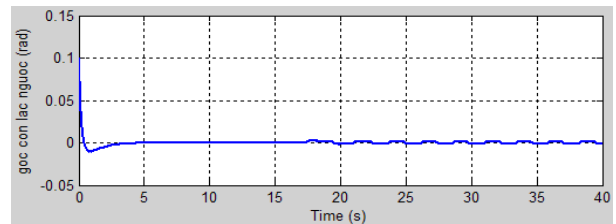
Chọn thông số điều khiển theo công thức (18) như sau:

$$\lambda_1 = 5; \quad \lambda_2 = 0.5; \quad \lambda_3 = 10; \quad \alpha = 0.1; \\ \phi = 0.0001 \quad (21)$$

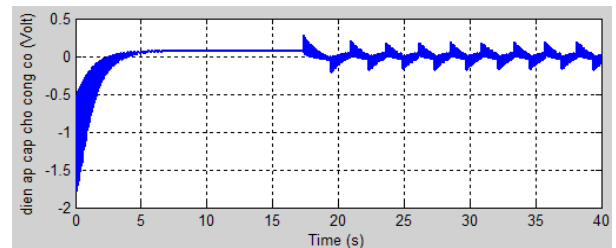
Kết quả điều khiển trên mô phỏng như sau:



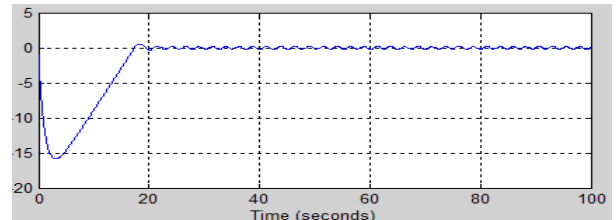
Hình 4. Giá trị góc lệch của cánh tay theo thời gian (rad)



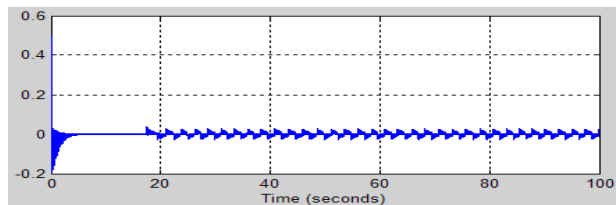
Hình 5. Góc quay con lắc (rad)



Hình 6. Tín hiệu điện áp điều khiển (V)



Hình 7. Giá trị mặt trượt $S1$ theo thời gian



Hình 8. Giá trị mặt trượt $S2$ theo thời gian

Nhận xét:

Từ các Hình 4 và Hình 5, ta nhận thấy bộ điều khiển trượt hoạt động tốt, góc con lắc và góc cánh tay sau một khoảng thời gian lần lượt là 20s và 10s thì đạt giá trị gần như ổn định quanh điểm làm việc (0,0, 0, 0). Tuy nhiên, hệ thống không dừng hẳn dao động mà

có dấu hiệu dao động nhẹ quanh vị trí (0,0). Điều này là do tính chất thỏa hiệp do các biến ngõ ra để chuyển về một hệ vào ra duy nhất thỏa mãn điều khiển trượt. Có thể khắc phục điều này bằng cách chọn thông số điều khiển ở Hình 21 tốt hơn. Ngoài ra, ta thấy, các mặt trượt S_1 và S_2 ở Hình 7 và Hình 8 đều dao động nhỏ quanh giá trị 0. Điều này chứng tỏ bộ điều khiển hoạt động tốt.

Hiện tượng chattering diễn ra do thành phần $\text{sign}(V)$ đã được giảm thiểu bằng cách thay bằng hàm $\text{sat}()$. Tuy nhiên, trong biểu thức (18) vẫn còn tồn tại nhiều hàm $\text{sign}()$ nên vẫn xảy ra hiện tượng chattering (dù đã được giảm thiểu). Việc thay đổi toàn bộ hàm $\text{sign}()$ bằng hàm $\text{sat}()$ sẽ làm ảnh hưởng đến sự đảm bảo ổn định của hệ thống (dù có làm giảm hiện tượng chattering). Điều này càng được khẳng định thông qua mô phỏng.

Mặt khác, do mặt trượt S_1 là sự kết hợp của x_1 và x_2 và S_2 là sự kết hợp giữa x_3 , x_4 theo công thức (8) và (9). Do đó, x_1 và x_3 có xu hướng không về 0 hẳn như ở các hình 4 và hình 5.

5. KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM

Mô hình con lắc ngược quay sử dụng vi điều khiển DSP TMS32-F28335 trên board TMDSDOCK28335 để thực hiện thí nghiệm theo giải thuật trượt như Hình 9:



Hình 9. MH Thực hệ con lắc ngược quay

- 1: Con lắc (Pendulum)
- 2: Encoder đo góc con lắc
- 3: Cánh tay (Arm)
- 4: Động cơ có kèm sẵn encoder

5: Bộ điều khiển bao gồm:
 nguồn 24VDC, mạch cầu H,
 vi điều khiển DSP

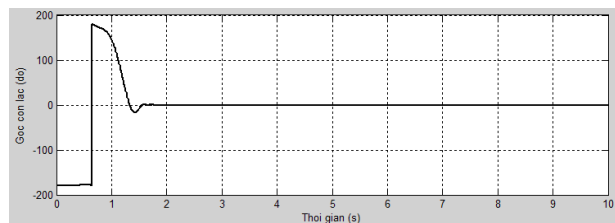
6: Đế sắt cố định hệ thống

Chọn thông số điều khiển thực nghiệm là:

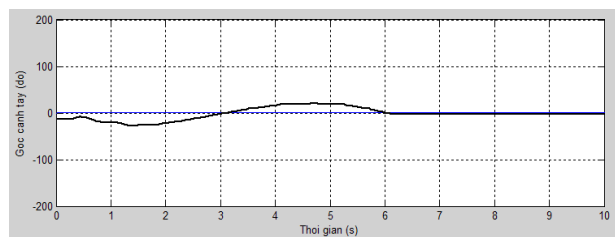
Thời gian lấy mẫu được chọn là 0.01s. Như vậy, cứ 1000 mẫu tức ta đã cho chạy hệ thống trong 10s...

$$\lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 0.6; \lambda_3 = 10 \text{ hệ số } \alpha = 0.01; F = 0.5 \quad (22)$$

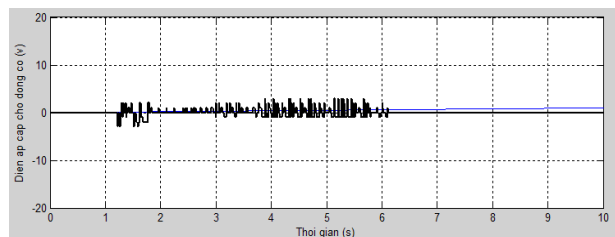
Ta được kết quả thực nghiệm như sau:



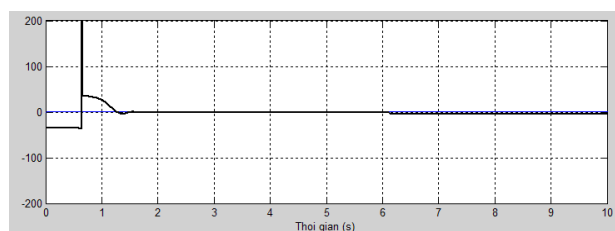
Hình 10. giá trị góc con lắc trong thời gian 10s



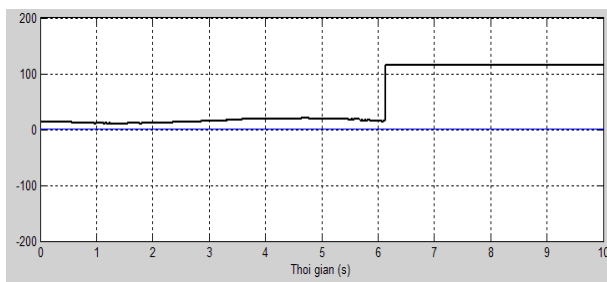
Hình 11. Giá trị góc cánh tay trong thời gian 10s



Hình 12. Giá trị điện áp (V) cấp cho động cơ trong thời gian 10s



Hình 13. Giá trị mặt trượt S_1 thay đổi trong thời gian 10s



Hình 14. Giá trị mặt trượt S_2 thay đổi trong thời gian 10s

Nhận xét:

Thông qua các Hình 10 và 11, ta nhận thấy hệ thống thực tế hoạt động tương đối tốt với bộ điều khiển trượt, con lắc có thể ổn định quanh điểm làm việc (0,0). Ngay khi đến vị trí cân bằng hệ thống không dừng hẳn dao động mà có dấu hiệu dao động nhẹ quanh vị trí (0,0). Điều này là do tính chất thỏa hiệp

do các biến ngõ ra để chuyển về một hệ vào ra duy nhất thỏa mãn điều khiển trượt. Ngoài ra, các Hình 13 và 14 cho thấy các mặt trượt cũng tiến về và dao động quanh giá trị 0 khi hệ thống hoạt động trong 10s.

6. KẾT LUẬN

Bài báo đã cho thấy, giải thuật điều khiển trượt trong bài báo đã điều khiển tốt hệ con lắc ngược quay cả vị trí cánh tay và góc con lắc đều về giá trị 0 sau 20s ở mô phỏng (khi giá trị đặt ở xa giá trị cân bằng) và dao động sát quanh giá trị 0 trong 10s hoạt động ở mô hình thực tế. Bài báo đã giải quyết vấn đề ứng dụng điều khiển trượt thành công cho một đối tượng SIMO điển hình thay vì một đối tượng SISO theo phương pháp chung ở tài liệu [4].

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Olfar Boubaker, *The inverted pendulum: a fundamental Benchmark in Control Theory and Robotics*, pp 1-6, International Conference on Education and e-Learning Innovations (ICEELI), IEEE, 2012.
- [2] Pasquale Buonocunto, Francesco Corucci, *Real-time PID control of an inverted pendulum*, MSc in Computer Engineering, University of Pisa, Italy.
- [3] E. Vinodh Kumar, Jovitha Jerome, *Robust LQR Controller Design for Stabilizing and Trajectory Tracking of Inverted Pendulum*, International Conference on Design and Manufacturing (IConDM), Elsevier, Vol. 64, pp. 169-178, 2013.
- [4] Dương Hoài Nghĩa, *Hệ thống điều khiển đa biến*, NXB ĐHQG TP HCM, 2007.
- [5] Quanser Inc., *Rotary inverted Pendulum Student Handout*.