

ĐỀ XUẤT PHƯƠNG PHÁP NHẬN DẠNG ĐA THÔNG SỐ CỦA HỆ THỐNG ĐƯỢC MÔ TẢ BỞI PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG DỰA TRÊN PHƯƠNG PHÁP GRADIENT PHỐI NGẪU HIỆU CHỈNH
PROPOSING MULTI-PARAMETER IDENTIFICATION OF THE SYSTEM DESCRIBED BY PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BASED ON MODIFIED CONJUGATE GRADIENT METHOD

Trần Thanh Phong^{1,*}, Nguyễn Hoàng Phương^{1,2}

¹ Trường Đại học Tiền Giang, Việt Nam

² Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. Hồ Chí Minh, Việt Nam

Ngày toà soạn nhận bài 23/12/2019, ngày phản biện đánh giá 11/2/2020, ngày chấp nhận đăng 19/2/2020.

TÓM TẮT

Bài báo giới thiệu phương pháp nhận dạng đồng thời nhiều thông số khiếm khuyết của hệ thống được mô tả bởi phương trình đạo hàm riêng bậc hai với phương trình truyền nhiệt là một ví dụ. Theo đó, một nguồn nhiệt di động trên bề mặt một tấm nhôm được xem xét với một nhóm cảm biến cố định đặt trên khu vực khảo sát để đo sự tiến triển của nhiệt độ theo thời gian và không gian. Việc giải bài toán ngược này đòi hỏi các dữ liệu đầu vào phải tối ưu để giảm thời gian tính toán bằng việc loại bỏ các giá trị đo đạc của các cảm biến không hữu dụng. Một giải thuật lựa chọn cảm biến được đề xuất kết hợp với phương pháp gradient phối ngẫu để giúp nhận dạng hiệu quả. Hơn nữa, giải thuật lặp cũng được hiệu chỉnh bằng việc đề xuất giải thuật lựa chọn cửa sổ chập và trượt linh hoạt để tối ưu thời gian nhận dạng. Nhằm giúp đánh giá hiệu quả của phương pháp đề xuất, giá trị nhiệt độ đo đạc với tác động bởi các nhiễu tuân theo hàm phân phối chuẩn Gauss. Kết quả cho thấy phương pháp được đề xuất có khả năng nhận dạng tốt hàm mật độ dòng nhiệt và quỹ đạo di chuyển với độ trễ thấp và sai số đáp ứng yêu cầu đặt ra.

Từ khóa: *Bài toán ngược; nguồn nhiệt; nhận dạng thông số; phương pháp gradient phối ngẫu; phương trình đạo hàm riêng.*

ABSTRACT

The paper introduces the method of simultaneous identification of multi unknown parameters of the system described by the quadratic partial differential equation with the heat transfer equation as an example. Accordingly, a mobile heat source on the aluminium plate is considered with a fixed group of sensors located on the survey area to measure the evolution of temperature over time and space. Solving this inverse problem requires optimal input data to reduce computational time by eliminating the measurement values of useless sensors. A sensor selection algorithm is proposed in combination with the conjugate gradient method for effective identification. Moreover, the iterative algorithm is also corrected by proposing a flexible shutter and sliding window selection algorithm to optimize identification time. In order to help evaluate the effectiveness of the proposed method, the measured temperature value with the effect of disturbances follows the standard Gaussian distribution function. The results show that the proposed method has good ability to identify the function of heat flow density and trajectory with low latency and error to meet the requirements.

Keywords: *Heat source; identification; inverse problems; conjugate gradient method; partial differential equations.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong thực tế, các hiện tượng vật lý thường gặp đều có thể mô hình hóa bằng phương trình toán học bởi một hệ phương trình vi phân từng phần bậc hai (parabol) hoặc bậc ba (hyperbol). Đặc biệt là các hiện tượng vật lý liên quan đến thời tiết, đám cháy rừng, vết dầu loang trên mặt nước biển, việc xả thải của các khu công nghiệp. Trong bài báo này, tác giả sử dụng phương trình truyền nhiệt tổng quát trong vật dẫn như một ví dụ.

Nghiên cứu được đề xuất nhằm phát triển một phương pháp để nhận dạng đồng thời nhiều thông số bất định của hệ thống bất kỳ được mô tả bởi phương trình đạo hàm riêng dựa trên phương pháp gradient phối ngẫu với việc sử dụng nhóm cảm biến hữu dụng [1, 2]. Các cảm biến này được xác định nhờ vị trí của nhóm cảm biến cố định được thiết lập tại khu vực di chuyển của nguồn nhiệt bằng một giải thuật dựa trên mối quan hệ giữa vị trí nguồn nhiệt và cảm biến. Việc này nhằm giảm thời gian tính toán của hệ thống.

Vấn đề giải bài toán ngược của hệ thống được mô tả bởi phương trình đạo hàm riêng, cụ thể là quá trình truyền nhiệt được đề xuất một cách không đầy đủ bởi Hadamard với việc giải bài toán bằng phương pháp lặp [3]. Phương pháp gradient phối ngẫu (CGM) được sử dụng để tối thiểu hóa sai lệch bằng kỹ thuật lặp và chứng tỏ đây là phương pháp ổn định để ước lượng các thông số [4]. Hạn chế của các nghiên cứu này là chỉ nhận dạng riêng lẻ từng thông số. Trong khi, việc truyền nhiệt trong không gian đa chiều rất phức tạp nên làm cho mô hình toán của hệ thống trở nên cồng kềnh và mất nhiều thời gian để xử lý [5, 6]. Để cải thiện hiệu năng của phương pháp, một giải thuật lặp có hiệu chỉnh được đề xuất để nhằm rút ngắn thời gian tính của quá trình nhận dạng các thông số bất định của hệ thống cần xem xét [4], [5], [7].

Theo đó, nghiên cứu này sẽ đề xuất một giải thuật để ước lượng thông số bất định của hệ thống dựa trên phương pháp gradient phối ngẫu để nhận dạng một cách đầy đủ theo

hướng của Hadamrd kết hợp với giải thuật lựa chọn cảm biến tối ưu và cửa sổ trượt linh hoạt [6, 8, 9]. Cấu trúc của bài báo này bao gồm: mô tả hệ thống thực nghiệm, mô hình toán của vấn đề bài toán ngược dựa trên phương pháp CGM, phương pháp cửa sổ trượt kết hợp với giải thuật xác định cảm biến tối ưu sẽ được giới thiệu trong phần nội dung nghiên cứu. Cuối cùng là kết quả nghiên cứu, thảo luận và phần kết luận.

2. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1 Mô tả hệ thống

Việc nghiên cứu và mô phỏng quá trình truyền nhiệt tổng quát được thực hiện bằng việc xây dựng một mô hình thí nghiệm cho phương pháp nhận dạng đã đề xuất. Theo đó, giả thuyết rằng một nguồn nhiệt di động có hàm mật độ $\phi(t)$ di chuyển theo quỹ đạo $I(t)$ trên bề mặt một tấm nhôm hình vuông có kích thước cạnh bên L và độ dày là e . Giới hạn biên của miền làm việc được ký hiệu $\partial\Omega \in R^2$ [7, 10, 11]. Nó được đốt nóng bởi nguồn nhiệt được giả định bằng đĩa đồng chất $D(I(t), r)$ có tâm $I(t)$ và bán kính r_1 .

Hàm phân bố nhiệt độ của tấm kim loại $\theta(x, y, t)$ là hàm liên tục theo không gian và thời gian được tính bằng Kelvin. Biến số không gian của hệ thống $(x, y) \in \Omega$ được tính bằng mét và biến số thời gian là $t \in T$ được tính bằng giây. Giả định rằng các giá trị của các thông số của hệ thống để xây dựng cho mô hình thí nghiệm đều biết trước và được liệt kê trong Bảng 1.

Quỹ đạo di chuyển của nguồn nhiệt được mô tả như Hình 2. Đồng thời, hàm mật độ dòng nhiệt của các nguồn được cho bởi hàm có đồ thị được thể hiện như Hình 3. Biểu thức hàm mật độ công suất nhiệt tổng của nguồn $\varphi(x, y, t)$ để đốt nóng tấm nhôm thực nghiệm được diễn đạt như sau:

$$\varphi(x, y, t) = \begin{cases} \phi(t) & \text{khi } (x, y) \in D \\ 0 & \text{khi } (x, y) \notin D \end{cases} \quad (1)$$

Theo một cách khác, biểu thức $\varphi(x, y, t)$ còn có thể được biểu diễn một cách liên tục và khả vi dưới dạng hàm tổng hợp của các hàm mật độ thành phần theo biến thời gian và theo các tọa độ trong không gian như sau:

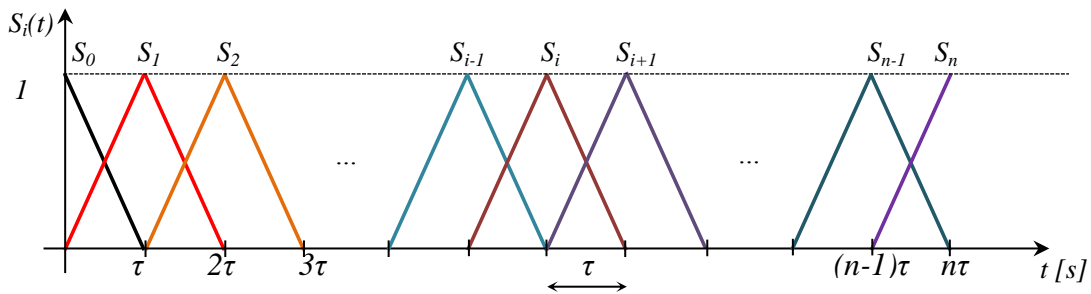
$$\varphi(x, y, t) = \frac{\phi(t)}{\pi} \operatorname{arccot}(\xi(x, y, t) - \eta r) \quad (2)$$

với $\xi(x, y, t) = \eta \sqrt{(x - x_s(t))^2 + (y - y_s(t))^2}$

Trong đó, hệ số $\eta \in R^+$ được chọn nhằm mục đích rời rạc hóa hàm mật độ dòng nhiệt liên tục. Khoảng thời gian T có thể

được chia ra thành n đoạn $T = \bigcup_{i=0}^{n-1} [t_i, t_{i+1}]$

với $t_i = \tau i$ và bước chia rời rạc hóa được định nghĩa bởi $\tau = T/n$. Để tránh làm mất tính tổng quát, phương trình quỹ đạo của tất cả các vị trí định vị bất kỳ của các nguồn nhiệt $I(x_s(t), y_s(t))$ cũng được thành lập lại dưới dạng các hàm rời rạc một cách tuyến tính và được viết lại bằng cách sử dụng các hàm nón cơ bản $s^i(t)$ với $i = 0, 1, \dots, n$:



Hình 1. Biểu diễn hàm nón cơ bản

Hàm mật độ dòng nhiệt được diễn đạt lại bởi $\phi(t) = \phi^i s^i(t)$ và quỹ đạo di chuyển của nguồn nhiệt cũng được diễn đạt lại bởi $x_s(t) = x_s^i s^i(t)$, $y_s(t) = y_s^i s^i(t)$.

2.2 Vấn đề thuận

Nếu tất cả các thông số được biết trong bảng phụ lục, sự tiến triển của nhiệt độ trong không gian và thời gian là kết quả nghiệm của phương trình đạo hàm riêng bậc hai:

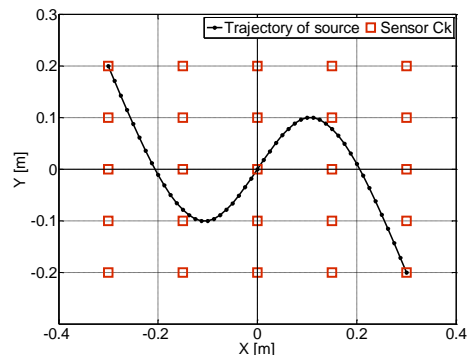
$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \theta(v)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(v) = P(v) & \forall v \\ \theta(x, y, 0) = \theta_0 & \forall (x, y) \\ -\lambda \frac{\partial \theta(v)}{\partial n} = 0 & \forall v \end{cases} \quad (3)$$

với $(v) = (x, y, t)$, $P(v) = \frac{\phi(v) - 2h\theta(v)}{e}$ và

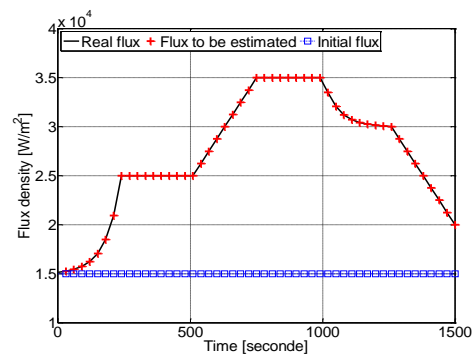
$$\Delta \theta(v) = \frac{\partial^2 \theta(v)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta(v)}{\partial y^2}$$

là toán tử Laplace của nhiệt độ theo không gian và thời gian. Trong phương trình trên, điều kiện đầu của

phương trình vi phân được xem là nhiệt độ của môi trường xung quanh.



Hình 2. Hàm mật độ dòng nhiệt

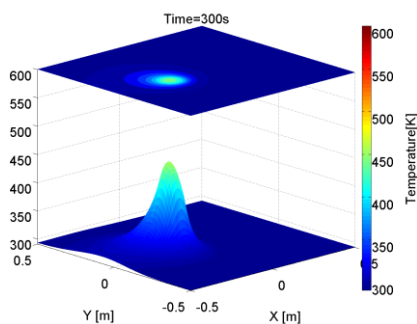


Hình 3. Quỹ đạo di chuyển của nguồn nhiệt

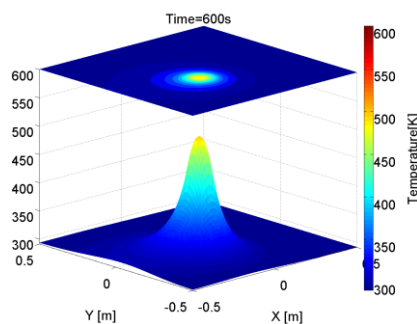
Điều kiện biên phụ thuộc vào hàm mật độ dòng nhiệt và hệ số đối lưu nhiệt tự nhiên h . Nó rất khó đo đạc trực tiếp và thường được xác định thông qua kinh nghiệm hoặc mô hình và được chọn sao cho độ nhạy hàm phân bố nhiệt độ thay đổi ít nhất so với sự biến thiên của các thông số khác của hệ thống.

Kết quả số thu được nhờ sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM, Finite Element Method) thực hiện trong phần mềm COMSOL Multiphysics™ được nhúng vào phần mềm Matlab® [12-18]. Quá trình phân bố nhiệt độ trên tấm nhôm theo thời gian được thể hiện tại các thời điểm như Hình 4.

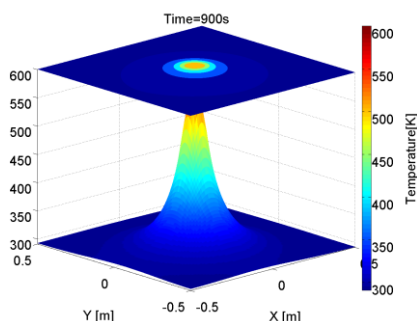
Để đánh giá độ tin cậy của mô hình toán đề xuất để đơn giản hóa phương trình truyền nhiệt trong không gian hai chiều, 25 cảm biến nhiệt C_k được đặt cố định trên tấm kim loại nhằm mục đích thu thập dữ liệu nhiệt độ của điểm đặt cảm biến trong suốt quá trình thực nghiệm. Hơn nữa, để đánh giá ảnh hưởng của các sai số trong quá trình đo đạc, giả định rằng nhiệt độ thu thập từ các cảm biến đã bị tác động bởi các nhiễu, tuân theo hàm phân phối xác suất Gauss $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ với giá trị trung bình $\mu=0$ và độ lệch chuẩn $\sigma=1$.



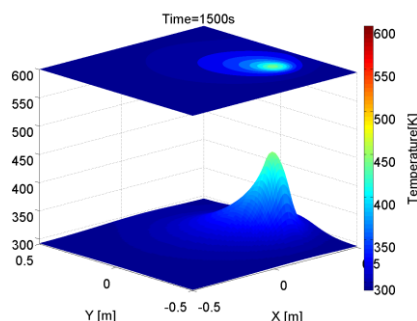
(a) Phân bố nhiệt độ tại $t=300s$



(b) Phân bố nhiệt độ tại $t=600s$

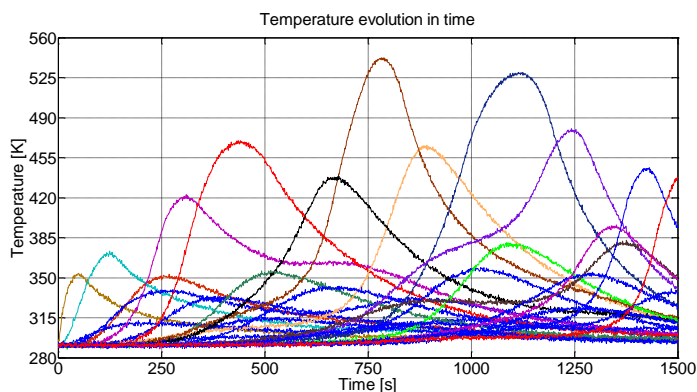


(c) Phân bố nhiệt độ tại $t=900s$



(d) Phân bố nhiệt độ tại $t=1500s$

Hình 4. Phân bố nhiệt độ trên tấm kim loại theo thời gian



Hình 5. Phân bố nhiệt độ của các cảm biến theo thời gian

2.3 Phương pháp gradient phối ngẫu

2.3.1 Hàm mục tiêu

Để nhận dạng hàm mật độ dòng nhiệt $\phi(t)$, xét rằng “nhiệt độ đo” $\hat{\theta}(c_k, t)$ tại vị trí cảm biến $c_{k=1,2,\dots,25}$, một vấn đề ngược có thể được thiết lập và giải nghiệm bằng việc tối thiểu hóa một tiêu chuẩn bậc hai:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{k=1}^n \left(\theta(c_k, t, \varphi) - \hat{\theta}(c_k, t) \right)^2 dt \quad (4)$$

Trong phần tiếp theo, việc thiết lập mô hình toán của các vấn đề sẽ được giới thiệu nhằm tính toán các thông số trung gian của phương pháp nhận dạng thông số bất định hệ thống dựa trên phương pháp CGM.

2.3.2 Vấn đề độ nhạy

Xét rằng độ thay đổi của nhiệt độ $\delta\theta(x, y, t)$ được sinh ra bởi sự thay đổi của mật độ dòng nhiệt tổng được cho bởi: $\varphi^+(x, y, t) = \varphi(x, y, t) + \varepsilon\delta\varphi(x, y, t)$. Nên:

$$\delta\theta(x, y, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\theta^+(x, y, t) - \theta(x, y, t)}{\varepsilon} \right) \quad (5)$$

với $\theta^+(x, y, t) - \theta(x, y, t) = \varepsilon\delta\theta(x, y, t)$.

Vấn đề độ nhạy của hệ thống được mô tả bởi hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \delta\theta(v)}{\partial t} - \lambda \Delta \delta\theta(v) = \delta P(v) & \forall v \\ \delta\theta(x, y, 0) = \delta\theta_0 & \forall (x, y) \\ -\lambda \frac{\partial \delta\theta(v)}{\partial \bar{n}} = 0 & \forall v \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{với } \delta P(v) = \frac{\delta\varphi(v) - 2h\delta\theta(v)}{e}.$$

Trong đó, sự thay đổi của hàm mật độ là:

$$\delta\varphi(v) = \frac{\partial\varphi(v)}{\partial\phi(t)} \delta\phi(t) + \frac{\partial\varphi(v)}{\partial I(t)} \delta I(t) \quad (7)$$

Kết hợp với phương trình (2), ta có:

$$\frac{\partial\varphi(v)}{\partial\phi(t)} \delta\phi(t) = \frac{\delta\phi(t)}{\pi} \operatorname{arccotan}(\xi(v) - \eta r) \quad (8)$$

$$\frac{\partial\varphi(v)}{\partial x_s(t)} \delta x_s(t) = H(v)(x - x_s(t)) \delta x_s(t) \quad (9)$$

$$\frac{\partial\varphi(v)}{\partial y_s(t)} \delta y_s(t) = H(v)(y - y_s(t)) \delta y_s(t) \quad (10)$$

$$\text{với } H(v) = \frac{\eta\phi(t)}{\xi(v)\pi [1 + (\xi(v) - \eta r)^2]}$$

Từ đó, suy ra:

$$\delta\varphi(v) = \frac{\delta\phi(t)}{\pi} \operatorname{arccot}(\xi(v) - \eta r) + H(v)((x - x_s(t))\delta x_s(t) + (y - y_s(t))\delta y_s(t)) \quad (11)$$

Nghiệm của phương trình (6) cho phép xác định giá trị thay đổi của giá trị nhận dạng của các thông số đối với chu kỳ kế tiếp và được tính dựa trên sự thay đổi của hàm mật độ tổng tại vòng lặp thứ k , như sau:

$$\varphi^{-k+1} = \varphi^{-k} - \gamma_\varphi^{k+1} \vec{d}_\varphi^{-k+1} \quad (12)$$

Trong đó, đại lượng γ_φ^{k+1} được xác định nhờ vào việc tối thiểu hóa hàm mục tiêu với:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{k=1}^n \left(\theta_{c_k}(t, \varphi^{-k+1}) - \hat{\theta}_{c_k}(t) \right)^2 dt \quad (13)$$

Đặt $d\theta(t) = \theta_{c_k}(t, \varphi^{-k+1}) - \hat{\theta}_{c_k}(t)$, từ đó suy ra:

$$\theta_{c_k}(t, \varphi^{-k+1}) \approx \theta_{c_k}(t, \varphi^{-k}) - \gamma_\varphi^{k+1} \delta\theta_{c_k}(t, \varphi^{-k}) \quad (14)$$

với $\delta\theta_{c_k}(t, \varphi^{-k})$ là sự thay đổi của nhiệt độ sinh ra từ sự thay đổi của hàm mật độ dòng nhiệt trong chiều hướng thay đổi \vec{d}_φ^{-k+1} . Thay thế các giá trị vào phương trình (12) và khi đó, giá trị γ_φ^{k+1} được xác định bởi:

$$\gamma_\varphi^{k+1} = \operatorname{Arg} \min_{\gamma \in \mathbb{R}} J(\theta, \varphi^{-k+1}) \quad (15)$$

Đồng nghĩa với việc giải phương trình $\frac{\partial J(\theta, \varphi^{-k+1})}{\partial \gamma_\varphi^{k+1}} = 0$, có thể được viết dưới dạng:

$$\int_0^T \sum_{k=1}^n \left(\gamma_\varphi^{k+1} \theta_{c_k}(t) - \delta\hat{\theta}_{c_k}(t) d\theta(t) \right)^2 dt = 0 \quad (16)$$

Giải phương trình này, ta nhận được độ lớn của hệ số thay đổi γ_φ^{k+1} cho chu kỳ $k+1$:

$$\gamma_\varphi^{k+1} = \frac{\int_0^T \sum_{k=1}^n d\theta(t) \delta \hat{\theta}_{c_k}(t) dt}{\int_0^T \sum_{k=1}^n (\delta \hat{\theta}_{c_k}(t))^2 dt} \quad (17)$$

Việc xác định các giá trị cho quỹ đạo cũng được xác định một cách tương tự. Hơn nữa, việc giải vấn đề độ nhạy phụ thuộc vào vector chiều thay đổi cho vòng lặp kế tiếp và được xác định bởi vấn đề phụ trợ.

2.3.3 Vấn đề phụ trợ

Vector chiều thay đổi \vec{d}_φ^{k+1} của giá trị cần nhận dạng được xác định thông qua các gradient của hàm mục tiêu cho mỗi vòng lặp của giải thuật tối thiểu hóa được xác định bởi:

$$\nabla \vec{J} = \left(\frac{\partial J}{\partial \varphi^i}; \frac{\partial J}{\partial x_s^i}; \frac{\partial J}{\partial y_s^i} \right), \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

Để làm được điều này, công thức Lagrange $\ell(\theta(v), \varphi, \psi)$ được định nghĩa:

$$\ell(\theta(v), \varphi, \psi) = J(\theta(v), \varphi) + \int_0^{t_f} A(v) \psi d\Omega dt \quad (19)$$

với $A(v) = \rho c \frac{\partial \theta(v)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(v) - P(v)$.

Kết hợp với phương trình (3) và hàm số nhân $\psi(v)$ được lựa chọn và xác định sao

cho $\frac{\partial \ell(\theta(v), \Phi, \psi(v))}{\partial \theta(v)} \delta \theta(v) = 0$ và là

nghiệm của vấn đề phụ trợ sau đây:

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial \psi(v)}{\partial t} - \lambda \Delta \psi(v) = E(v) & \forall v \\ \delta \psi(x, y, 0) = 0 & \forall (x, y) \\ -\lambda \frac{\partial \psi(v)}{\partial \vec{n}} = 0 & \forall v \end{cases} \quad (20)$$

Với $E(v) = \sum_{k=1}^n d\theta(t) \delta_D(x_{c_k}, y_{c_k}) + 2h\psi(v) / e$

và $\delta_D(x_{c_k}, y_{c_k}) = \delta_D(x - x_{c_k}) \delta_D(y - y_{c_k})$ là

hàm phân phối Dirac. Cuối cùng, $\psi(v)$ là kết quả của vấn đề vừa nêu và khi đó ta có:

$$\delta \ell(\theta(x, y, t), \Phi, \psi) = \delta J(\theta(x, y, t), \varphi) \quad (21)$$

Từ phương trình (21) ta có:

$$\nabla J_\varphi = - \int_0^{t_f} \int_\Omega \frac{\psi(v) s_\varphi^i(t)}{\pi e} \operatorname{arccot}(\xi(v) - \eta r) d\Omega dt \quad (22)$$

$$\nabla J_{x_s^i} = - \int_0^{t_f} \int_\Omega H(v) \frac{\psi(v)}{e} (x - x_s(t)) s_{x_s}^i(t) d\Omega dt \quad (23)$$

$$\nabla J_{y_s^i} = - \int_0^{t_f} \int_\Omega H(v) \frac{\psi(v)}{e} (y - y_s(t)) s_{y_s}^i(t) d\Omega dt \quad (24)$$

Từ những công thức của gradient trên, chiều hướng tăng giảm sẽ được ước lượng cho mỗi vòng lặp mới bởi:

$$\vec{d}^{k+1} = -\nabla \vec{J}(\theta, \zeta^k) + \frac{\|\nabla \vec{J}(\theta, \zeta^k)\|^2}{\|\nabla \vec{J}(\theta, \zeta^{k-1})\|^2} \vec{d}^k \quad (25)$$

với $\zeta = \{\varphi, x_s, y_s\}$ và $\|\cdot\|$ là module chuẩn Euclidean. Dựa các kết quả trên, giá trị dự báo của hàm mật độ dòng nhiệt và quỹ đạo của nguồn nhiệt đi động được xác định bởi:

$$\zeta^{k+1}(t) = \zeta^k(t) - \gamma_\zeta^k d_\zeta^k \quad \text{với } \zeta = \{\varphi, x_s, y_s\} \quad (26)$$

Từ mô hình toán học được đề xuất cho vấn đề nghịch như trên, tác giả đề xuất có thể nghiên cứu ảnh hưởng lẫn nhau về toán học giữa các biến số khác nhau của hệ thống bằng việc lấy đạo hàm riêng của hàm được mô hình hóa của hệ thống. Ngoài ra, cần phải tính đến tác dụng đối lưu và dẫn nhiệt của nhiệt trong miền khảo sát. Sau khi xác thực mô hình này, tác giả có thể khái quát hệ thống từ một số nguồn hoặc suy luận cho một số trường hợp cụ thể bằng cách loại các dữ liệu gây bất lợi (như là để xác định mật độ dòng nhiệt riêng, xác định quỹ đạo di chuyển của nguồn nhiệt hoặc xác định đồng thời cặp mật độ dòng nhiệt và quỹ đạo di chuyển của nguồn).

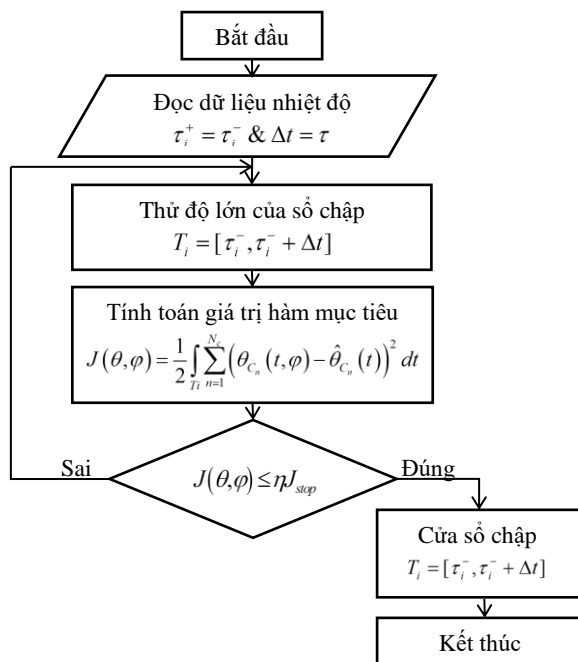
Trong phần sau, áp dụng phương pháp nhận dạng trực tuyến dựa trên thuật toán lặp chính quy của gradient liên hợp sử dụng mạng

cảm biến cố định để xác định các thông số của hệ thống thông qua các bài toán như sau:

- (1) Nhận dạng $\phi(t)$
- (2) Nhận dạng $I(x(t), y(t))$
- (3) Nhận dạng $\phi(t)$ & $I(x(t), y(t))$

2.4 Nhận dạng thông số bằng cửa sổ trượt kết hợp giải thuật xác định cảm biến tối ưu

Trong nghiên cứu [16,17], các tác giả đã nghiên cứu sự quan tâm việc thích ứng phương pháp gradient liên hợp gần đúng với nhận dạng thông số dựa trên phương pháp lặp. Thời gian tính toán phụ thuộc quan trọng vào độ phức tạp của mô hình và do đó lượng dữ liệu nhập vào thuật toán. Để có kết quả theo cách gần như trực tuyến, tác giả đề xuất việc chọn số lượng dữ liệu tối ưu, hay xác định khoảng thời gian tốt nhất cho mỗi quy trình nhận dạng là cần thiết (xem Hình 6). Thay vì chạy giải thuật nhận dạng trên toàn bộ khoảng thời gian thực nghiệm thì giải thuật lựa chọn khoảng thời gian tối ưu trong cửa sổ chập và độ lớn của cửa sổ này có thể thay đổi một cách linh hoạt. Do đó, việc nhận dạng gần như chạy trực tuyến này dựa trên các cửa sổ thời gian chập và trượt.



Hình 6. Giải thuật xác định cửa sổ chập

Áp dụng thuật toán ước lượng giá trị của thông số ở mỗi khoảng thời gian chập được

chọn để xác định cơ bản như sau: (i) mật độ của nguồn nhiệt, (ii) quỹ đạo của nguồn nhiệt. Thuật toán này lặp lại cho đến khi điều kiện dừng giải thuật được thỏa mãn. Lưu đồ sau đây cho thấy các bước của quy trình xác định cặp mật độ và quỹ đạo của một nguồn trong khoảng thời gian.

Giải thuật nhận dạng trực tuyến CGM

Bước 1 : Thiết lập thông số

- Xác định của chập $T_i = [\tau_i^-, \tau_i^+]$.
- Vector trạng thái: $\phi^{k=0}(t), I^{k=0}(t); \beta^{k=0} = 0$
- Mode $\mathcal{F}(\phi_j(t); I(x_j(t), y_j(t))), k = 1$.

Bước 2 : Thực thi giải thuật

while

> Vấn đề thuận và hàm mục tiêu

- Nạp dữ liệu cảm biến $\theta(C_n, t, \phi^k(t), I^k)$
- Tính hàm mục tiêu $J(\phi^k(t); I^k(t))$.

If $(J \leq J_{stop} \parallel k \geq N_{max} \parallel t_{q_j} > \mathcal{T}_j)$

Kết thúc giải thuật

> Vấn đề phụ trợ và gradient

- If $(mode = 1)$

$$\overline{\nabla J^k} = \overline{\nabla J_\phi^k} \quad \text{với} \quad \overline{\nabla J_I^k} = 0, \quad \delta I(t) = 0.$$

Else

$$\overline{\nabla J^k} = \overline{\nabla J_I^k} \quad \text{với} \quad \overline{\nabla J_\phi^k} = 0, \quad \delta \phi(t) = 0.$$

- Tìm vector hướng

$$\overline{d^{k+1}} = -\overline{\nabla J^k} + \beta^k \overline{d^k}$$

> Vấn đề độ nhảy và độ thay đổi

- Tính giá trị $\delta \theta(x, y, t)$ với hướng $\overline{d^{k+1}}$.
- Tính $\gamma^{k+1} = \text{Argmin } J \quad (\forall \gamma \in \mathbb{R}^*)$.

> Ước lượng giá trị

- If $(mode = 1)$

$$\phi^{k+1} = \phi^k + \gamma^{k+1} \overline{d_\phi^{k+1}} \quad \text{và} \quad mode = 0.$$

Else

$$I^{k+1} = I^k + \gamma^{k+1} \overline{d_I^{k+1}} \quad \text{và} \quad mode = 1.$$

- $\beta^{k+1} = 0$ và $k \leftarrow k+1$: về Bước 2.

Các giải pháp tính toán số được trình bày trong bài viết này được dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn với phần mềm COMSOL MultiphysicsTM được nhúng trong phần mềm Matlab[®]. Kết quả của việc nhận dạng được trình bày trong phần sau.

2.5 Kết quả và thảo luận

Mục đích của nghiên cứu này là ước lượng giá trị của các thông số hệ thống được mô tả bởi phương trình đạo hàm riêng, ứng dụng cho phương trình truyền nhiệt trong không gian là ví dụ. Hàm mật độ dòng nhiệt và quỹ đạo của nguồn nhiệt di động được đề xuất để xây dựng mô phỏng thực nghiệm nhằm để chứng minh hiệu quả của phương pháp đề xuất. Dựa trên việc tối thiểu hóa sai số dữ liệu ngõ vào từ các cảm biến và giá trị từ mô hình với nhiễu được tuân theo phân phối chuẩn Gauss $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Để kiểm nghiệm hiệu quả phương pháp nhận dạng thông số của hệ thống được mô tả bởi phương trình đạo hàm riêng (trường hợp nhận dạng hàm mật độ dòng nhiệt và quỹ đạo di chuyển). Tác giả tiến hành xây dựng mô hình thí nghiệm với một nguồn nhiệt có hàm mật độ $\phi(t)$ và quỹ đạo di chuyển $I(x(t), y(t))$.

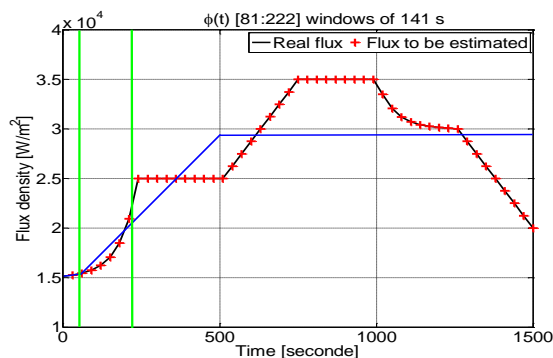
Nguồn nhiệt di chuyển trên tấm nhôm hình vuông, kích thước các cạnh $L=1m$ và độ dày $e=2mm$. Thời gian thực nghiệm $t_f=1500s$ với thời gian rời rạc hóa $\tau=20s$ (hay suy ra, có 76x3 hệ số cần nhận dạng). Các thông số thiết lập hệ thống thí nghiệm được cho bởi Bảng 1 như sau.

Bảng 1. Giá trị các thông số hệ thống

Ký hiệu	Đơn vị	Giá trị
ρc	$Jm^{-3}K^{-1}$	$2,34.10^4$
h	$Wm^{-2}K^{-1}$	15
t_f	s	1500
λ	$Wm^{-1}K^{-1}$	160
ϕ_{max}	Wm^{-2}	3.10^4
θ_0	K	291
L	m	1
e	m	2.10^{-3}
r	m	6.10^{-2}
\vec{n}	-	-

Để thiết lập điều kiện đầu cho giải thuật tại bước $k=0$, giả thuyết rằng giá trị rời rạc ban đầu của hàm mật độ dòng nhiệt $\phi^{k=0}=1,5.10^3(W/m^2)$. Kết quả nhận dạng $\phi(t)$

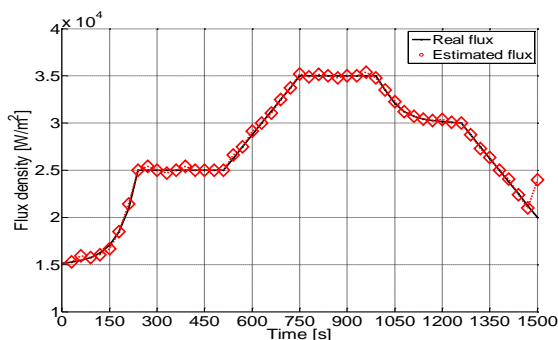
bằng phương pháp CGM sử dụng giải thuật lặp kết hợp với phương pháp cửa sổ trượt được mô tả trong Hình 7.



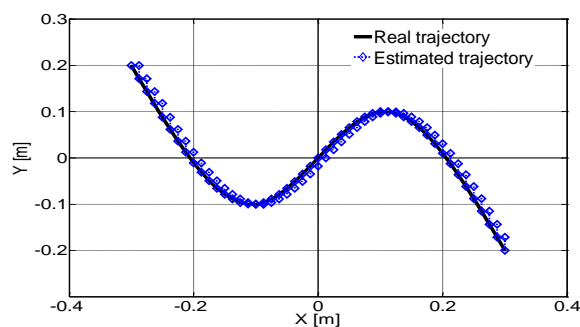
Hình 7. Kết quả nhận dạng trên cửa sổ chập

Kết quả nhận dạng $\phi(t)$ trong cửa sổ chập $T_i=[81,222]$ (đường màu đỏ là giá trị thật, đường màu xanh là giá trị nhận dạng cho bởi CGM). Theo đó, giá trị $\phi(t, t < 81)$ là kết quả đã nhận dạng và giá trị $\phi(t, t \geq 222)$ là giá trị dự báo cho các vòng lặp tiếp theo.

Kết quả nhận dạng hàm mật độ dòng nhiệt và quỹ đạo di chuyển của nguồn nhiệt di động bằng phương pháp gradient phối ngẫu kết hợp giải thuật lựa chọn cảm biến tối ưu và xác định cửa sổ trượt linh hoạt được thể hiện lần lượt trong Hình 8 và Hình 9.



Hình 8. Kết quả nhận dạng hàm mật độ



Hình 9. Kết quả nhận dạng quỹ đạo

Để đánh giá hiệu quả của phương pháp được đề xuất, tác giả sử dụng các tiêu chí như: thời gian tính là thời gian cần thiết để xác định tất cả 228 hệ số; trung bình sai số là trung bình độ lệch giữa nhiệt độ đo đạc được và nhiệt độ từ mô hình dựa trên giá trị nhận dạng; độ lệch chuẩn sai số là giá trị trung bình bình phương độ lệch giữa nhiệt độ đo đạc được và nhiệt độ từ mô hình, và độ trễ của quá trình nhận dạng.

Trung bình sai số (K):

$$\mu_{residus} = \frac{1}{N_c} \sum_{n=1}^{N_c} \int_{t_f} (\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(C_n, t)) dt \quad (27)$$

Độ lệch chuẩn (K):

$$\sigma_{residus} = \frac{1}{N_c} \sum_{n=1}^{N_c} \int_{t_f} (\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt \quad (28)$$

Hiệu quả phương pháp CGM hiệu chỉnh được đề xuất cho việc nhận dạng thể hiện trong Bảng 2.

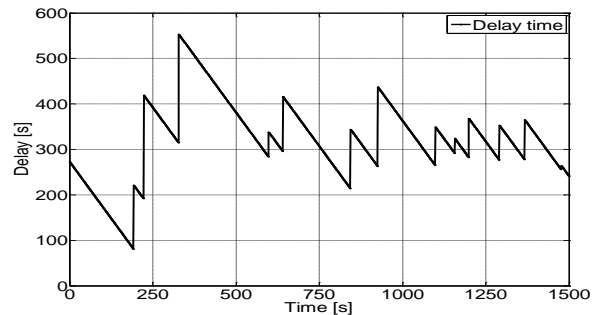
Bảng 2. Giá trị các kết quả nhận dạng

Thông số	$\phi(t)$	$I(t)$	$\phi(t) \& I(t)$
$t_{identif}$	1.741	2.212	2.340
$\mu_{residus}$	0,501	0,4997	0,481
$\sigma_{residus}$	0,979	0,952	0,912
t_{delay}	309,1	327,5	350,9

Số liệu thống kê ở Bảng 2 cho thấy rằng: giá trị của trung bình sai số và độ lệch chuẩn của các thí nghiệm nhận dạng đều tiệm cận với giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của hàm phân phối xác suất Gauss. Điều này chứng minh phương pháp nhận dạng trực tuyến thông số hệ thống đề xuất dựa trên phương pháp đề xuất đáng tin cậy và hiệu quả.

Hơn nữa, giải thuật lựa chọn cảm biến kết hợp với phương pháp CGM thể hiện ưu điểm trong nhận dạng thông số của hệ thống với

thời gian tính toán là 1741s của nhận dạng hàm mật độ dòng nhiệt với độ trễ trung bình của quá trình nhận dạng là 309s. Nghĩa là, các kết quả nhận dạng hàm mật độ dòng nhiệt nhận được 309s sau khi kết thúc (Hình 10).



Hình 10. Hàm trễ của giải thuật nhận dạng

Bảng 2 cũng cho thấy rằng, số lượng biến cần nhận dạng (hay độ phức tạp tăng lên) thì thời gian tính toán cần thiết tăng lên là 2.212s và 2.340s tương ứng với nhận dạng quỹ đạo và nhận dạng đồng thời hàm mật độ, quỹ đạo. Theo đó, độ trễ của giải thuật cũng tăng theo tương ứng là 327,5s và 350,9s.

3. KẾT LUẬN

Bài báo đã tập trung giới thiệu một phương pháp nhận dạng đồng thời nhiều thông số khiếm khuyết của hệ thống được mô tả bởi phương trình đạo hàm riêng bậc hai với phương trình truyền nhiệt được đề cập đến như một ví dụ. Theo đó, phương pháp nhận dạng trực tuyến hàm mật độ dòng nhiệt, quỹ đạo và nhận dạng đồng thời hàm mật độ dòng nhiệt và quỹ đạo nguồn nhiệt di động được đề xuất dựa trên phương pháp gradient phối ngẫu hiệu chỉnh kết hợp với giải thuật lập trên cửa sổ chấp nhận hoạt và giải thuật lựa chọn cảm biến hữu dụng. Kết quả cho thấy rằng phương pháp đề xuất mang tính hiệu quả và tin cậy cao cho quá trình nhận dạng. Kết quả này cho phép phát triển xây dựng thí nghiệm để nhận dạng thông số của hệ thống bất kỳ được mô tả bởi phương trình đạo hàm riêng bậc cao.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Y. Jarny, MN. Ozisik, JP. Bardon, *A general optimization method using adjoint equation for solving multidimensional inverse heat conduction*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 34-11, pp. 2911-2919, 1991.

- [2] Keith A. Woodbury, *Inverse Engineering Handbook: Handbook Series for Mechanical Engineering*, Editor CRC Press, ISBN 9780849308611, pp. 480, 2002.
- [3] Oleg M. Alifanov, *Inverse Heat Transfer Problems*, International Series in Heat and Mass Transfer, Editor Springer Science & Business Media, ISBN9783642764363, pp. 348, 2012.
- [4] M. Prud'homme, TH Nguyen, *On the iterative regularization of inverse heat conduction problems by conjugate gradient method*, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 25, 1998.
- [5] S. Beddiaf, et al., *Time-dependent heat flux identification: Application to a three-dimensional inverse heat conduction problem*, Proceedings of International Conference on Modelling, Identification and Control, Wuhan, Hubei, China, 2012, pp. 1242-1248, 2012.
- [6] S. Beddiaf, et al., *Parametric identification of a heating mobile source in a three dimensional geometry*, Inverse Problems in Science and Engineering, Vol. 23-1, pp. 93-111, 2015.
- [7] Gillet, L.P., et al., *Implementation of a conjugate gradient algorithm for thermal diffusivity identification in a moving boundaries system*. Journal of Physics: Conference Series, 135(1), p.12082, 2008.
- [8] S Beddiaf, et al., *Simultaneous determination of time-varying strength of the heat flux and location of a fixed source in a three-dimensional domain*, Inverse Problems in Science and Engineering, 22-1-2, pp. 166-183, 2014.
- [9] C. Huang, W. Chen, *A 3D inverse forced convection problem in estimating surface heat flux by conjugate gradient method*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 43, pp. 317-3181, 2000.
- [10] Lefèvre, F., & Le Niliot, C., *Multiple transient point heat sources identification in heat diffusion: application to experimental 2D problems*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 45(9), 1951-1964, 2002.
- [11] Martin, T. J., & Dulikravich, G. S., *Inverse Determination of Boundary Conditions and Sources in Steady heat conduction with heat generation*. Journal of Heat Transfer, 118(3), 546-554, 1996.
- [12] Coles, C., & Murio, D. A., *Simultaneous space diffusivity and source term reconstruction in 2D IHCP*. Computers & Mathematics with Applications, 42(12), 1549-1564, 2001.
- [13] Yi, Z., & Murio, D. A., *Identification of source terms in 2-D IHCP*. Computers & Mathematics with Applications, 47(10-11), 1517-1533, 2004.
- [14] DW. Pepper & JC Heinrich, *The finite element method - basic concepts and applications*, Taylor & Francis, Group, pp. 240, 1992.
- [15] L. Edsberg, *Introduction to computation and modeling for differential equations*, Wiley-Interscience, pp. 256, 2008.
- [16] WBJ Zimmerman, *Multiphysics modeling with finite element methods*, World Scientific Publishing, pp. 432, 2006.
- [17] RW Pryor, *Multiphysics modeling using Comsol v.4 - A first principles approach*, Mercury Learn Inform, 2012.
- [18] Lefèvre, F., & Le Niliot, C., *A boundary element inverse formulation for multiple point heat sources estimation in a diffusive system: Application to a 2D experiment*. Inverse Problems in Engineering, 10(6), 539-557, 2002.

Tác giả chịu trách nhiệm bài viết:

TS. Trần Thanh Phong
Trường Đại học Tiền Giang
Email: tranthanhphong@tgu.edu.vn