

# PHÁT TRIỂN PHƯƠNG TRÌNH SỐ NUSSOLT BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ WILSON KẾT HỢP MÔ PHÒNG CFD

## DEVELOPMENT OF NUSSOLT NUMBER CORRELATION BY WILSON PLOT METHOD COMBINED CFD SIMULATION

Nguyễn Thành Luân<sup>1</sup>, Nguyễn Minh Phú<sup>2</sup>, Nguyễn Minh Hạ<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP.HCM, Việt Nam

<sup>2</sup>Trường Đại học Công nghiệp TP.HCM, Việt Nam

<sup>3</sup>Trường Đại học Giao thông Vận tải Phân hiệu tại TP.HCM, Việt Nam

Ngày toà soạn nhận bài 7/7/2021, ngày phản biện đánh giá 5/8/2021, ngày chấp nhận đăng 21/8/2021.

### TÓM TẮT

Phương pháp giản đồ Wilson là một phương pháp được sử dụng để xác định hệ số trao đổi nhiệt đối lưu trong một số quá trình truyền nhiệt. Đây là phương pháp được ứng dụng nhiều trong nghiên cứu thiết bị trao đổi nhiệt, đặc biệt đối với các thiết bị có bề mặt trao đổi nhiệt phức tạp, khó tiếp cận trong việc tính toán quá trình truyền nhiệt. Trong nghiên cứu này trình bày ứng dụng phương pháp giản đồ Wilson để phát triển phương trình số Nusselt của dòng lưu chất từ kết quả mô phỏng CFD. Một mô hình đường ống gia nhiệt cho nước với mặt trong ống có cánh dạng tròn, bên ngoài ống được cấp một dòng nhiệt không đổi đã được xem xét. Các mô hình toán học liên quan đến phương trình năng lượng, hồi quy tuyến tính được phân tích bằng phần mềm EES (Engineering Equation Solver). Kết quả nghiên cứu cho thấy, từ dữ liệu mô phỏng CFD bằng phương pháp giản đồ Wilson đã phát triển được phương trình số Nusselt của dòng nước với tương quan  $R^2=0,9992$ . Qua đó cho thấy, phương pháp giản đồ Wilson có thể sử dụng vào trong nghiên cứu thiết bị trao đổi nhiệt không chỉ trong thực nghiệm mà còn có thể vận dụng vào trong nghiên cứu mô phỏng. Phương pháp này có thể vận dụng vào trong giảng dạy thí nghiệm hoặc mô phỏng số liên quan đến thiết bị trao đổi nhiệt cho sinh viên đại học.

**Từ khóa:** hệ số trao đổi nhiệt đối lưu; số Nusselt; mô phỏng CFD; phương pháp giản đồ Wilson; hồi quy tuyến tính.

### ABSTRACT

The Wilson plot method is a method used to determine the convective heat transfer coefficient in some heat transfer processes. This is a method that has been widely applied in research on heat exchangers, especially for devices with complex and inaccessible heat exchanger surfaces in calculating heat transfer. In this study, the application of the Wilson plot method is presented to develop the Nusselt number correlation of the fluid flow from the CFD simulation results. A model for water heating pipe with the pipe surface with round fins, the outside pipe supplies a constant heat flow were reviewed. The analytical solution for the mathematical model involving energy, linear regression is obtained using an EES (Engineering Equation Solver) program. The research results show that from the CFD simulation data using the Wilson plot method, the Nusselt number correlation of the water flow has been developed with the correlation  $R^2=0,9992$ . Thereby, it is shown that the Wilson plot method can be used to study heat exchangers in experiments and simulation studies. This method can be applied in teaching experiments or numerical simulations related to heat exchangers for university students.

**Keywords:** convective heat exchange coefficient; Nusselt number; CFD simulation; the Wilson plot method; linear regression.

## 1. GIỚI THIỆU

Trao đổi nhiệt đối lưu là một hình thức truyền nhiệt giữa dòng chất lỏng và bề mặt vật rắn khi có sự chênh lệch về nhiệt độ. Hệ số trao đổi nhiệt đối lưu được xác định thông qua các tiêu chuẩn đồng dạng: số Nusselt ( $Nu$ ), số Prandtl ( $Pr$ ), số Reynolds ( $Re$ ), số Grashof ( $Gr$ ) và phương trình tiêu chuẩn. Phương trình tiêu chuẩn được xác định thông qua thực nghiệm. Tuy nhiên, khó khăn chính của việc thực nghiệm là việc xác định nhiệt độ bề mặt vật rắn, đặc biệt rất phức tạp khi không tiếp cận được như trong thiết bị trao đổi nhiệt.

Phương pháp giản đồ Wilson (PPGD Wilson) do E.E.Wilson [1] đề xuất sử dụng để xác định hệ số trao đổi nhiệt đối lưu trong một số trường hợp khó tiếp cận bề mặt trao đổi nhiệt. PPGD Wilson được đánh giá là phương pháp đơn giản được ứng dụng nhiều trong các nghiên cứu liên quan đến phân tích thiết bị trao đổi nhiệt [2], đơn cử như: Kuo và Wang [3] ứng dụng PPGD Wilson để phân tích quá trình bay hơi môi chất R22 trong ống trơn và trong ống có kênh micro-fin. Yoo và France [4] thực nghiệm khảo sát quá trình sôi của môi chất R113 trong thiết bị trao đổi nhiệt ống lồng ống bằng PPGD Wilson. Zhnegguo và cộng sự [5] ứng dụng PPGD Wilson để điều tra quá trình trao đổi nhiệt giữa nước và dầu trong thiết bị trao đổi nhiệt dạng ống vỏ. Kuo và cộng sự [6] ứng dụng PPGD Wilson để khảo sát quá trình sôi của môi chất R410A trong thiết bị trao đổi nhiệt dạng tấm. Bukasa và cộng sự [7, 8] nghiên cứu quá trình ngưng tụ của môi chất R22, R134a và R407C bên trong ống có kênh micro với cánh xoắn ốc. Cheng và cộng sự [9] nghiên cứu thực nghiệm khảo sát trao đổi nhiệt giữa không khí và nước, không khí và hơi nước trong thiết bị trao đổi nhiệt polymer compact. Mohebbi và Veysi [10] ứng dụng PPGD Wilson để khảo sát quá trình trao đổi nhiệt giữa dòng nước nóng và lạnh trong thiết bị trao đổi nhiệt dạng tấm có vách chéo chữ V. Sheeba và cộng sự [11] ứng dụng PPGD Wilson để xem xét quá trình trao đổi nhiệt giữa dòng nước nóng và lạnh trong

thiết bị trao đổi nhiệt ống lồng ống dạng xoắn hình nón. Zhen Li và cộng sự [12] ứng dụng PPGD Wilson để phân tích quá trình truyền nhiệt khi bay hơi của môi chất R134a trong thiết bị trao đổi nhiệt ống lồng ống. Kumar và cộng sự [13] ứng dụng PPGD Wilson để khảo sát khả năng truyền nhiệt giữa dòng nước nóng và lạnh trong thiết bị trao đổi nhiệt ống vỏ với ống trao đổi nhiệt dạng vòng xoắn. Jo và cộng sự [14] ứng dụng PPGD Wilson để đánh giá và so sánh đặc tính truyền nhiệt của môi chất R-1234ze (E) trong thiết bị trao đổi nhiệt dạng ống vỏ và dạng tấm.

Trong những năm gần đây với sự phát triển của công nghệ máy tính, nhiều nghiên cứu bằng mô phỏng số (CFD) đã được thực hiện. Nghiên cứu bằng mô phỏng số giảm được chi phí, công sức và thời gian so với những nghiên cứu thực nghiệm truyền thống. Việc kết hợp mô phỏng CFD và PPGD Wilson cũng đã được thực hiện trong các nghiên cứu như: Dirker và Meyer [15] thực nghiệm khảo sát quá trình trao đổi nhiệt của nước trong ống hình vành khăn bằng PPGD Wilson và mô phỏng CFD để đối chiếu. Van và cộng sự [16] sử dụng mô phỏng CFD để phân tích quá trình trao đổi nhiệt của nước trong thiết bị ống lồng ống và thực nghiệm đối chiếu bằng PPGD Wilson.

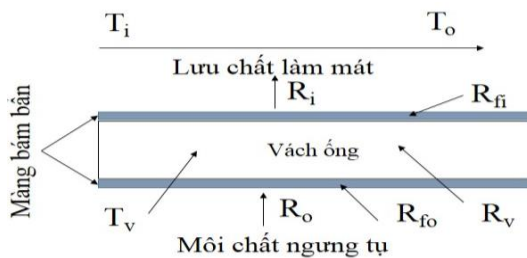
Qua các nghiên cứu trên cho thấy PPGD Wilson sử dụng để xác định hệ số trao đổi nhiệt đối lưu đã được thực hiện bằng thực nghiệm hoặc thực nghiệm để kiểm chứng mô phỏng.

Việc phát triển phương trình số Nusselt trong mô phỏng CFD có thể thực hiện thông qua các phương trình cân bằng năng lượng và hồi quy tuyến tính. Qua các nghiên cứu, chưa thấy có đề cập nào về việc vận dụng PPGD Wilson để phát triển phương trình số Nusselt từ dữ liệu mô phỏng số. Do đó, trong nghiên cứu hiện tại, với mục đích vận dụng PPGD Wilson để phát triển phương trình số Nusselt thay cho phương pháp truyền thống. Nghiên cứu đã thực hiện khảo sát số Nusselt của dòng nước trong ống trao đổi nhiệt có cánh dạng tròn dọc theo trục ống, bên ngoài ống

cấp một dòng nhiệt  $10000\text{W/m}^2$ . Dựa theo kết quả của mô phỏng CFD tiến hành phát triển phương trình số Nusselt theo PPGĐ Wilson. Qua đó để đánh giá khả năng vận dụng sự kết hợp này trong việc phát triển phương trình số Nusselt. Cũng như có đề xuất cho việc ứng dụng vào giảng dạy trong phòng thí nghiệm cho sinh viên đại học.

## 2. PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ WILSON

Phương pháp giản đồ Wilson được E.E Wilson đề xuất để xác định hệ số trao đổi nhiệt trong bình ngưng ống vỏ nằm ngang với hơi môi chất ngưng tụ bên ngoài ống. Hình 1 mô tả nhiệt trở của quá trình trao đổi nhiệt giữa chất lỏng làm mát bên trong ống và hơi môi chất ngưng tụ bên ngoài ống ứng với trường hợp được Wilson đề xuất để xác định hệ số trao đổi nhiệt.



**Hình 1.** Sơ đồ nhiệt trở quá trình truyền nhiệt qua ống

Tổng nhiệt trở quá trình truyền nhiệt được xác định [2]:

$$R_{ov} = R_o + R_{fo} + R_v + R_{fi} + R_i \quad (1)$$

Trong đó:

$$R_o = \frac{1}{\alpha_o F_o} - \text{Nhiệt trở đối lưu bên ngoài ống; K/W}$$

$$R_{fo} = \frac{1}{h_{fo} F_o} - \text{Nhiệt trở do màng bám bên ngoài ống; K/W}$$

$$R_v = \frac{\ln(d_o / d_i)}{2\pi\lambda_v L} - \text{Nhiệt trở vách; K/W}$$

$$R_{fi} = \frac{1}{h_{fi} F_i} - \text{Nhiệt trở do màng bám bên trong ống; K/W}$$

$$R_i = \frac{1}{\alpha_i F_i} - \text{Nhiệt trở do đối lưu bên trong ống; K/W}$$

$\alpha_i, \alpha_o$  - Hệ số toả nhiệt đối lưu bên trong và bên ngoài ống;  $\text{W/m}^2.\text{K}$

$h_{fi}, h_{fo}$  - Hệ số bám bẩn bên trong và bên ngoài ống;  $\text{W/m}^2.\text{K}$

$F_i, F_o$  - Diện tích bên trong và bên ngoài ống;  $\text{m}^2$

$\lambda_v$  - Hệ số dẫn nhiệt của vách ống;  $\text{W/mK}$

$L$  - Chiều dài ống;  $\text{m}$

Với một quá trình ngưng tụ cụ thể nếu dòng lưu chất làm mát được thay đổi thì sự thay đổi của tổng nhiệt trở chủ yếu là do sự thay đổi hệ số trao đổi nhiệt ở trong ống, trong khi các nhiệt trở còn lại gần như không thay đổi [2]. Do đó, nhiệt trở do quá trình đối lưu bên ngoài ống, nhiệt trở do màng bám bên ngoài ống và bên trong ống, nhiệt trở vách ống có thể được xem là không đổi. Do đó ta có được:

$$C_1 = R_o + R_{fo} + R_v + R_{fi} = \text{const} \quad (2)$$

Hệ số trao đổi nhiệt đối lưu cho dòng chảy rối bên trong ống được xác định theo phương trình Dittus–Boelter [17]:

$$\alpha_i = C \cdot \text{Re}^m \text{Pr}^{0.4} \cdot \left( \frac{\lambda_l}{d_i} \right) \quad (3)$$

Trong đó:

$Re$  - Số Reynolds

$Pr$  - Số Prandtl

$\lambda_l$  - Hệ số dẫn nhiệt chất lỏng làm mát;  $\text{W/mK}$

$C, m$  - Các hệ số của phương trình

Nếu bỏ qua ảnh hưởng của sự thay đổi các thông số vật lý của chất lỏng làm mát thì nhiệt trở trong của ống tỉ lệ với  $\text{Re}^m$ . Do đó, nhiệt trở trong có thể biểu diễn như phương trình:

$$R_i = C_2 \frac{1}{\text{Re}^m} \quad (4)$$

Từ phương trình (1), (2) và (4) có được:

$$R_{ov} = C_1 + C_2 \frac{1}{Re^m} \quad (5)$$

Mặt khác, tổng nhiệt trở của quá trình trao đổi nhiệt có thể xác định bằng thực nghiệm và tính toán theo các phương trình truyền nhiệt cơ bản (6-9) [18].

$$R_{ov} = \frac{\Delta T_{tb}}{q} \quad (6)$$

$$\Delta T_{tb} = \frac{(T_v - T_i) - (T_v - T_o)}{\ln[(T_v - T_i) / (T_v - T_o)]} \quad (7)$$

$$q = m \cdot c_p \cdot (T_o - T_i) \quad (8)$$

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d_i}{\mu} \quad (9)$$

Trong đó:

$q$ - Nhiệt lượng trao đổi, kW

$\Delta T_{tb}$ - Hiệu nhiệt độ trung bình logarit; K

$T_v$ - Nhiệt độ vách ống; K

$T_i$ - Nhiệt độ chất lỏng làm mát vào; K

$T_o$ - Nhiệt độ chất lỏng làm mát ra; K

$m$ - Lưu lượng khối lượng chất lỏng làm mát; kg/s

$c_p$ - Nhiệt dung riêng chất lỏng làm mát; kJ/kg.K

$\rho$ - Khối lượng riêng chất lỏng làm mát; kg/m<sup>3</sup>

$\mu$ - Độ nhớt chất lỏng làm mát kg/m.s

$v$ - Vận tốc chất lỏng làm mát đi trong ống; m/s

Nếu giả sử giá trị của số mũ  $m$  trong phương trình (5), kết hợp với các giá trị thực nghiệm để xác định tổng nhiệt trở  $R_{ov}$  ta có thể hồi quy tuyến tính để xác định hệ số  $C_1$  và  $C_2$  trong phương trình (5). Sau đó có thể xác định được hệ số đối lưu bên ngoài ống, bên trong ống và hệ số  $C$  trong phương trình (10-12). Phương pháp này được gọi là phương pháp giản đồ Wilson.

$$\alpha_o = \frac{1}{F_o [C_1 - (R_{fo} + R_v + R_{fi})]} \quad (10)$$

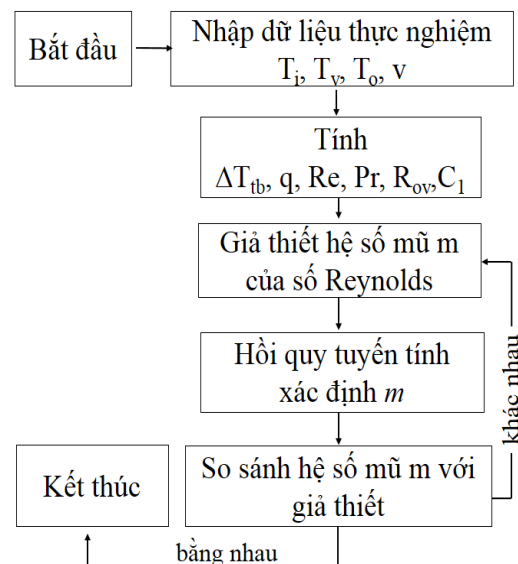
$$\alpha_i = \frac{Re^m}{C_2 \cdot F_i} \quad (11)$$

$$C = \frac{1}{C_2 Pr^{0.4} F_i \left( \frac{\lambda_l}{d_i} \right)} \quad (12)$$

Nhược điểm của PPGĐ Wilson là phải giả thiết về số mũ  $m$  của số Reynolds. Do đó, một cải tiến của phương pháp được áp dụng để khắc phục điều này gọi là PPGĐ Wilson cải tiến. Phương pháp này được thực hiện tương tự như PPGĐ Wilson tuy nhiên khi hồi quy tuyến tính bằng đồ thị thì sử dụng phương trình (13) bằng cách lấy logarit 2 về phương trình (5) [2]:

$$\ln \left( \frac{1}{R_{ov} - C_1} \right) = \ln \left( \frac{1}{C_2} \right) + m \ln(Re) \quad (13)$$

Các bước để xác định hệ số mũ ( $m$ ) của phương trình (13) theo PPGĐ Wilson cải tiến được thực hiện theo sơ đồ Hình 2.



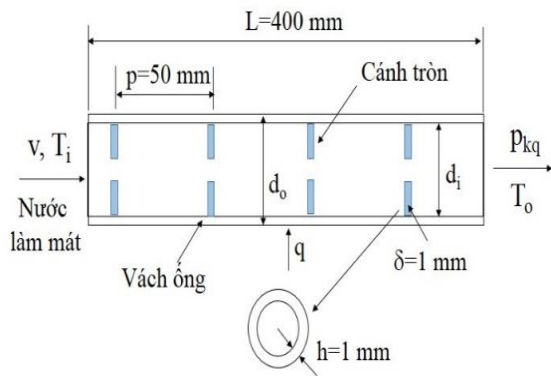
Hình 2. Giản đồ xác định hệ số  $m$  theo PPGĐ Wilson cải tiến

Phương trình số Nusselt trong ống được xác định:

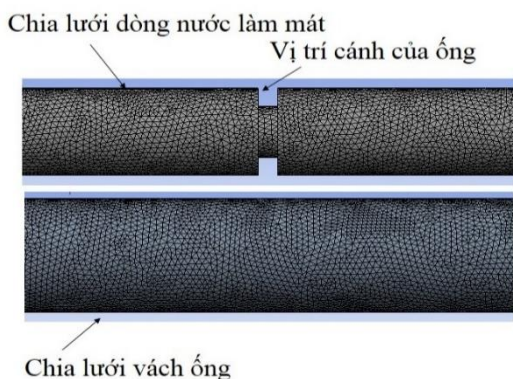
$$Nu = C \cdot Re^m Pr^n \quad (14)$$

### 3. MÔ HÌNH TÍNH TOÁN

Trong nghiên cứu này, mô hình vật lý với cánh trao đổi nhiệt bên trong ống về phía dòng nước được đề xuất. Mô hình vật lý được xem xét dưới góc độ bề mặt trao đổi nhiệt phức tạp và khó tiếp cận. Hình 3 mô tả một miền tính toán với các điều kiện mô phỏng. Miền tính toán là một ống nhôm có đường kính  $d_o/d_i = 6,4 \text{ mm} / 4,88 \text{ mm}$ , chiều dài ống  $L = 400 \text{ mm}$ . Bên trong ống có cánh dạng tròn với chiều cao cánh  $h = 1 \text{ mm}$ , bề dày cánh  $\delta = 1 \text{ mm}$ , bước cánh  $p = 50 \text{ mm}$ . Dòng nước lạnh đi trong ống với nhiệt độ đầu vào  $T_i = 35^\circ\text{C}$ . Số Reynolds của dòng nước lạnh được khảo sát trong phạm vi  $Re = 3400 \div 10000$ . Áp suất đầu ra của dòng nước lạnh được thiết lập bằng áp suất khí quyển. Bên ngoài ống được cấp với một dòng nhiệt với mật độ không đổi  $q = 10000 \text{ W/m}^2$ .



Hình 3. Miền tính toán, điều kiện ban đầu và điều kiện biên



Hình 4. Chia lưới miền tính toán

Hình 4 trình bày chia lưới miền tính toán. Để kiểm tra độc lập lưới, số nút lưới từ 1314000 đến 2897000 đã được thực hiện ở trường hợp vận tốc nước  $v = 0,5 \text{ m/s}$ . Như kết

quả thể hiện ở Bảng 1, khi số nút lưới khoảng 2897000 thì sai lệch kết quả số Nusselt của dòng nước làm mát so với trường hợp số nút lưới 2460000 khoảng 1,89%. Để đảm bảo độ chính xác mô phỏng và thời gian tính toán thích hợp, chấp nhận sai số này và chọn kích thước các phần tử lưới 0,3 mm tương ứng với số nút lưới 2897000.

Bảng 1. Kiểm tra độc lập lưới

STT	Số phần tử lưới	Số Nusselt
1	1314000	46,78
2	1964000	47,72
3	2460000	49,21
4	2897000	50,16

Trong nghiên cứu này, mô hình chảy rối  $k-\epsilon$ , RND kết hợp xử lý tăng cường vách (enhanced wall treatment) được sử dụng trong mô phỏng và theo đánh giá [19] thì mô hình chảy rối này phù hợp với đường ống có nhám bên trong. Sai số cho phương trình liên tục, phương trình động lượng, phương trình năng lượng trong mô phỏng là  $10^{-6}$ . Các thông số vật lý của nước và ống nhôm được thể hiện như Bảng 2 và Bảng 3, các kết quả được trích xuất từ dữ liệu của phần mềm Ansys 2019 [20] và phần mềm EES [21].

Bảng 2. Thông số vật lý của nhôm

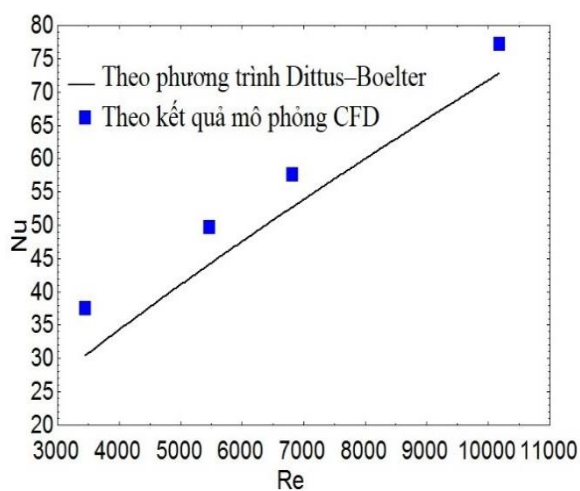
STT	Đại lượng	Giá trị
1	Khối lượng riêng ( $\text{kg/m}^3$ )	2719
2	Nhiệt dung riêng ( $\text{J/kg.K}$ )	871
3	Hệ số dẫn nhiệt ( $\text{W/m.K}$ )	202,4

Bảng 3. Thông số vật lý của nước theo nhiệt độ tuyệt đối (K)

STT	Đại lượng	Giá trị
1	Khối lượng riêng ( $\text{kg/m}^3$ )	$\rho = 819,551 + 1,49044T - 29,992710^{-4}T^2$
2	Nhiệt dung riêng ( $\text{J/kg.K}$ )	$c_p = 5449,53 - 7,92369T + 0,012372T^2$

STT	Đại lượng	Giá trị
3	Hệ số dẫn nhiệt(W/m.K)	$\lambda = -0.7725 + 75,210610^{-4}T - 9,8404310^{-6}T^2$
4	Độ nhớt (kg/m.s)	$\mu = 0,0140,497 - 73,851610^{-6}T + 9,9283710^{-8}T^2$

Trong nghiên cứu này, để đơn giản hóa việc tính toán, diện tích trao đổi nhiệt bên trong ống được xác định bằng phần mềm Inventor 2019 [22] khi dựng mô hình. Để xác nhận độ tin cậy của kết quả mô phỏng, một mô phỏng số đã được thực hiện với trường hợp ống trơn và kiểm chứng với phương trình Dittus–Boelter. Kết quả cho thấy, số Nusselt của kết quả mô phỏng hiện tại với phương trình số Nusselt của Dittus–Boelter có tính phù hợp cao (Hình 5). Do đó, việc sử dụng kết quả mô phỏng số có thể tin cậy để có các bàn luận tiếp theo.



Hình 5. Xác nhận kết quả mô phỏng so với dữ liệu đã công bố

#### 4. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Từ các kết quả của dữ liệu mô phỏng ở Bảng 4 nhận thấy, khi tăng tốc độ dòng nước từ 0,5 ÷ 1,5 m/s thì nhiệt độ dòng nước đầu ra tăng từ 0,7 ÷ 2,08°C, tốc độ dòng nước càng lớn thì nhiệt độ dòng nước đầu ra càng giảm. Điều này có thể giải thích rằng khi tăng tốc độ dòng nước thì lưu lượng khối

lượng dòng nước tăng đáng kể trong khi lượng nhiệt cấp vào không có sự thay đổi nhiều dẫn đến nhiệt độ dòng nước có xu hướng giảm khi tăng tốc độ dòng nước.

Bảng 4. Kết quả từ mô phỏng CFD

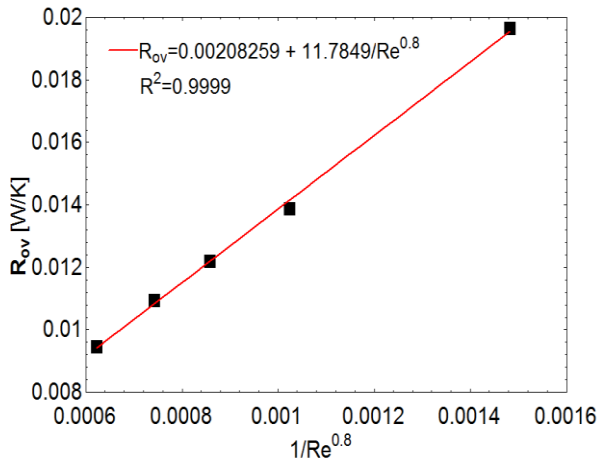
Trường hợp	v, m/s	T <sub>i</sub> , °C	T <sub>o</sub> , °C	T <sub>v</sub> , °C
TH1	0,5	35	37,08000	37,85000
TH2	0,8	35	36,30772	36,90587
TH3	1,0	35	36,04455	36,60316
TH4	1,2	35	35,86977	36,39326
TH5	1,5	35	35,69614	36,16785

Thực hiện tính toán xác định tổng nhiệt trở  $R_{ov}$  theo các phương trình (6-9), kết quả tính toán thể hiện như ở Bảng 5. Từ bảng 5 cho thấy khi tăng tốc độ dòng nước thì nhiệt trở tổng  $R_{ov}$  có xu hướng giảm. Khi tăng tốc độ dòng nước dẫn đến làm tăng khả năng trao đổi nhiệt bên trong ống hay nói cách khác hệ số trao đổi nhiệt đối lưu bên trong ống tăng lên. Do đó, nhiệt trở do đối lưu bên trong ống giảm xuống trong khi đó, các thành phần nhiệt trở khác gần như không thay đổi. Vì vậy tổng nhiệt trở quá trình trao đổi nhiệt giảm khi tăng tốc độ dòng nước.

Bảng 5. Kết quả tính toán tổng nhiệt  $R_{ov}$  từ kết quả mô phỏng

Trường hợp	$\Delta T_{tb}$ , °C	Re	Pr	$R_{ov}$ , K/W
TH1	1,589	3439	4,816	0,01966
TH2	1,128	5462	4,858	0,01387
TH3	0,9908	6810	4,872	0,0122
TH4	0,8885	8158	4,882	0,01095
TH5	0,7679	10617	3,612	0,009458

Sử dụng PPGĐ Wilson để xác định số Nusselt theo dạng phương trình của Dittus–Boelter. Số Prandtl và Reynolds được lấy tương ứng là 0,4 và 0,8. Tương quan giữa  $R_{ov}$  và  $1/Re^{0,8}$  thể hiện như Hình 6. Kết quả xác định được phương trình (15) với tương quan  $R^2=0,9999$ :



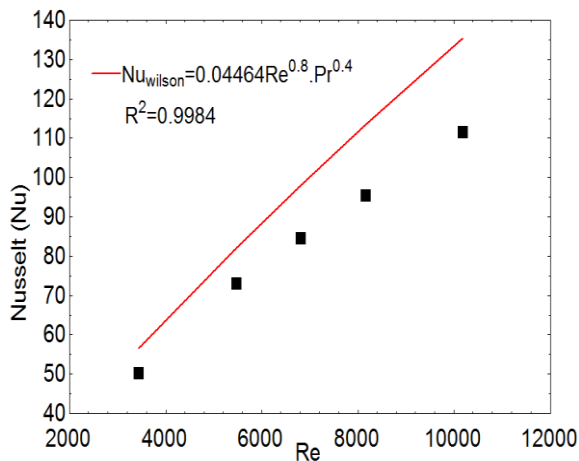
Hình 6. Tương quan theo PPGĐ Wilson

$$R_{ov} = 0,00208259 + 11,7849 / Re^{0,8} \quad (15)$$

Sau khi xác định được hệ số  $C_1=0,00208259$ ;  $C_2=11,7849$  trong phương trình (5). Hệ số C được xác định thông qua tương quan ở phương trình (12) và xác định được  $C = 0,04464$ . Do đó phương trình số Nusselt của dòng nước lạnh trong ống được xác định:

$$Nu = 0,04464Re^{0,8} Pr^{0,4} \quad (16)$$

Phương trình (16) được lập với hệ số tương quan  $R^2=0,9984$  (Hình 7). Sai lệch lớn nhất hàm của số Nusselt lập được so với kết quả mô phỏng 21,37%.

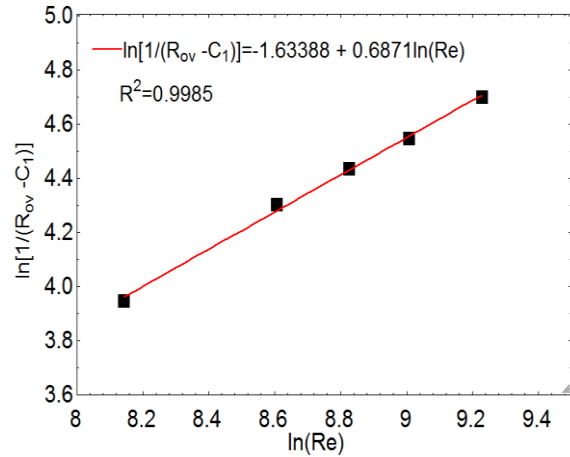


Hình 7. Phát triển hàm của số Nusselt theo PPGĐ Wilson từ dữ liệu CFD

Sử dụng PPGĐ Wilson cải tiến xác định hàm số tương quan giữa  $\ln\left(\frac{1}{R_{ov} - C_1}\right)$  với  $\ln(Re)$  như Hình 8. Kết quả xác định được

phương trình (17) với tương quan  $R^2=0,9985$ :

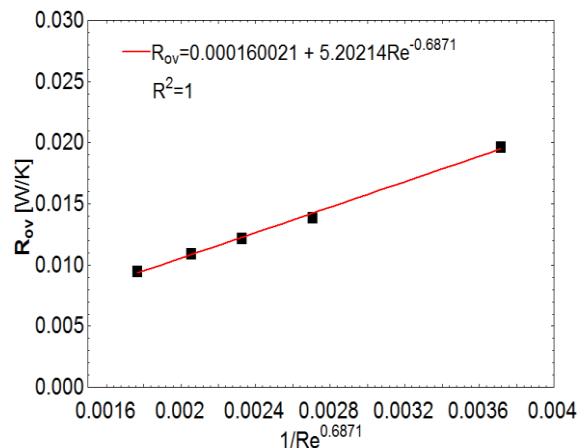
$$\ln\left(\frac{1}{R_{ov} - C_1}\right) = -1,63388 + 0,6871 \ln(Re) \quad (17)$$



Hình 8. Tương quan theo PPGĐ Wilson cải tiến

Từ hệ số mũ  $m=0,6871$  của số Reynolds trong phương trình (17) sử dụng PPGĐ Wilson cải tiến hồi quy xác định được hàm tương quan giữa  $R_{ov}$  với  $Re^m$  như Hình 9. Kết quả xác định được phương trình (18) với tương quan  $R^2=1$ :

$$R_{ov} = 0.000160021 + 5,20214 \frac{1}{Re^{0,6871}} \quad (18)$$

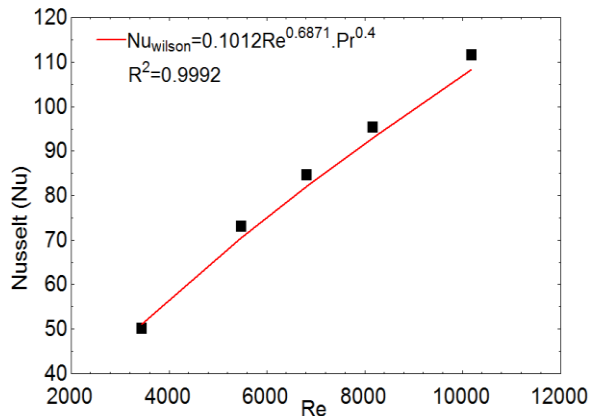


Hình 9. Tương quan theo PPGĐ Wilson cải tiến

Sau khi xác định được hệ số  $C_1=0,000160021$ ;  $C_2=5,20214$  trong phương trình (5). Hệ số tỏa nhiệt đối lưu của nước bên trong ống được xác định theo phương

trình (11) và có được  $\alpha_i=5,20214.Re^{0,6871}$  W/m<sup>2</sup>.K. Hệ số C được xác định thông qua tương quan ở phương trình (12) và xác định được C = 0,1012. Do đó phương trình số Nusselt của dòng nước lạnh trong ống được xác định:

$$Nu = 0,1012Re^{0,6871} Pr^{0,4} \quad (19)$$



**Hình 10.** Phát triển hàm của số Nusselt theo PPGĐ Wilson cải tiến từ dữ liệu CFD

Phương trình (19) được lập với hệ số tương quan  $R^2=0,9992$  (Hình 10). Sai lệch lớn nhất hàm của số Nusselt lập được so với kết quả mô phỏng 4%. Qua đó cho thấy, phương trình (19) phát triển theo PPGĐ Wilson cải tiến có độ chính xác cao hơn so với phương trình (16) phát triển theo PPGĐ Wilson. Do đó, phương trình (19) với sai lệch chấp nhận được, có thể sử dụng để dự đoán

số Nusselt của dòng nước lạnh ở phạm vi khảo sát trong nghiên cứu này.

## 5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này trình bày phương pháp xác định phương trình số Nusselt bằng giản đồ Wilson kết hợp mô phỏng số CFD. Một mô hình đường ống gia nhiệt cho nước với mặt trong ống có cánh dạng tròn, bên ngoài ống được cấp một dòng nhiệt không đổi đã được xem xét. Qua nghiên cứu có một số kết luận như sau:

- Phương trình (19) thể hiện phương trình số Nusselt của dòng nước lạnh trong phạm vi khảo sát. Phương trình có độ tin cậy cao với tương quan  $R^2=0,9992$ . Sai lệch lớn nhất giữa hàm của số Nusselt lập được với kết quả từ mô phỏng là 4%. Qua đó cho thấy, việc vận dụng PPGĐ Wilson để phát triển phương trình số Nusselt từ dữ liệu mô phỏng là chấp nhận được, có thể vận dụng vào trong nghiên cứu.

- PPGĐ Wilson có thể áp dụng cho nghiên cứu thực nghiệm hoặc mô phỏng số liên quan đến thiết bị trao đổi nhiệt có bề mặt trao đổi nhiệt phức tạp, khó tiếp cận.

- Có thể vận dụng sự kết hợp giữa mô phỏng số và PPGĐ Wilson vào giảng dạy trong phòng thí nghiệm cho sinh viên đại học.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Wilson, E.E., A basis for rational design of heat transfer apparatus, The J. Am. Soc. Mech. Engrs, 37, p. 546-551, 1915.
- [2] Fernández-Seara, J., et al., Experimental apparatus for measuring heat transfer coefficients by the Wilson plot method, European Journal of Physics, 26(3), 2005.
- [3] Kuo, C. and C.-C. Wang, In-tube evaporation of HCFC-22 in a 9.52 mm micro-fin/smooth tube, International Journal of Heat and Mass Transfer, 39(12), p. 2559-2569, 1996.
- [4] Yoo, S.-J. and D. France, Post-CHF heat transfer with water and refrigerants, Nuclear engineering and design, 163(1-2), p. 163-175, 1996.
- [5] Zhnegguo, Z., X. Tao, and F. Xiaoming, Experimental study on heat transfer enhancement of a helically baffled heat exchanger combined with three-dimensional finned tubes, Applied Thermal Engineering, 24(14-15), p. 2293-2300, 2004.
- [6] Kuo, W., et al., Condensation heat transfer and pressure drop of refrigerant R-410A flow in a vertical plate heat exchanger, International Journal of Heat and Mass Transfer, 48(25-26), p. 5205-5220, 2005.

- [7] Bukasa, J.-P.M., L. Liebenberg, and J.P. Meyer, Heat transfer performance during condensation inside spiralled micro-fin tubes, *J. Heat Transfer*, 126(3), p. 321-328, 2004.
- [8] Bukasa, J.-P., L. Liebenberg, and J.P. Meyer, Influence of spiral angle on heat transfer during condensation inside spiralled micro-fin tubes, *Heat transfer engineering*, 26(7), p. 11-21, 2005.
- [9] Cheng, L., C.W. Van Der Geld, and A.S. Lexmond, Study and visualization of droplet entrainment from a polymer plate heat exchanger, *International Journal of Heat Exchangers*, 5(2), p. 359-378, 2004.
- [10] Mohebbi, S. and F. Veysi, An experimental investigation on the heat transfer and friction coefficients of a small plate heat exchanger with chevron angle, *Heat and Mass Transfer*, 56(3), p. 849-858, 2020.
- [11] Sheeba, A., R. Akhil, and M.J. Prakash, Heat transfer and flow characteristics of a conical coil heat exchanger, *International Journal of Refrigeration*, 2020. 110: p. 268-276.
- [12] Li, Z., et al., Evaporation heat transfer of R134a on outside of smooth and enhanced tubes, *Heat Transfer Engineering*, 42(9), p. 749-763, 2021.
- [13] Kumar, R. and P. Chandra, Innovative method for heat transfer enhancement through shell and coil side fluid flow in shell and helical coil heat exchanger, *Archives of Thermodynamics*, 41(2), 2020.
- [14] Jo, C., et al., Comparative evaluation of the evaporation heat transfer characteristics of a low-GWP refrigerant R-1234ze (E) between shell-and-plate and plate heat exchangers, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 153, p. 119598, 2020.
- [15] Dirker, J. and J. Meyer, Convection heat transfer in concentric annuli, *Experimental heat transfer*, 17(1), p. 19-29, 2004.
- [16] Van der Vyver, H., J. Dirker, and J.P. Meyer. Validation of a CFD model of a three-dimensional tube-in-tube heat exchanger, in *Proc. 3rd International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*. 2003.
- [17] Ko, K.-H. and N. Anand, Use of porous baffles to enhance heat transfer in a rectangular channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(22), p. 4191-4199, 2003.
- [18] Cengel, Y. *Heat transfer*, McGraw-Hill, 2003.
- [19] Sharifi, K., et al., Computational fluid dynamics (CFD) technique to study the effects of helical wire inserts on heat transfer and pressure drop in a double pipe heat exchanger, *Applied Thermal Engineering*, 128, p. 898-910, 2018.
- [20] Ansys Fluent Software 2019.
- [21] Klein, S.A., *Engineering Equation Solver*, 2013.
- [22] Autodesk Inventor Software 2019.

**Tác giả chịu trách nhiệm bài viết:**

Nguyễn Thành Luân

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP.HCM

Email: luannt@hcmute.edu.vn