

## Design of Input-Output Feedback Linearization Control for Rotary Inverted Pendulum System

**Vo Minh Tai<sup>1\*</sup>, Tran Vi Do<sup>2</sup>, Vu Van Phong<sup>2</sup>, Tran Duc Thien<sup>2</sup>, Nguyen Minh Tam<sup>2</sup>, Ngo Van Thuyen<sup>2</sup>,  
Tran Thanh Phong<sup>3</sup>, Nguyen Van Dong Hai<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Ho Chi Minh City University of Technology (BKU), Vietnam National University - Ho Chi Minh City, Vietnam

<sup>2</sup> Ho Chi Minh City University of Technology and Education (HCMUTE), Vietnam

<sup>3</sup> Tien Giang University (TGU), Vietnam

\* Corresponding author. Email: [minhtai.hcmute@gmail.com](mailto:minhtai.hcmute@gmail.com)

### ARTICLE INFO

Received: 5/1/2022  
Revised: 20/1/2022  
Accepted: 14/3/2022  
Published: 28/4/2022

### KEYWORDS

Rotary inverted pendulum;  
Input-output feedback linearization controller;  
Genetic Algorithm;  
Balancing control;  
SIMO controller.

### ABSTRACT

Rotary Inverted Pendulum (RIP) is a non-linear system that is considered a benchmark in control theory problem. It represents a broader class of under-actuated systems. Rotary inverted pendulum is a complex system, widely studied in many areas due to its complexity, nonlinearities and non-minimum-phase system. In this work, the authors implement the input-output feedback linearization techniques (IOFL) for the control of rotary inverted pendulum. With the scheme, the authors assess the stability of the system when applied the controller. The entire system has been modeled and tested by Matlab/Simulink toolbox, where the parameters of IOFL control is searched by genetic algorithm to make system stabilized at upright position. The program is built with Waijung library in Matlab/Simulink environment and the system was controlled through STM32F407VG Discovery microcontroller. Experiment results verify capable and competent characteristics of proposed optimal feedback linearization controller. The proposed method can be considered as a promising way for control of various similar nonlinear systems.

## Xây Dựng Bộ Điều Khiển Hồi Tiếp Tuyến Tính Hóa Vào-Ra Cho Hệ Con Lắc Ngược Quay

**Võ Minh Tài<sup>1\*</sup>, Trần Vi Đô<sup>2</sup>, Vũ Văn Phong<sup>2</sup>, Trần Đức Thiện<sup>2</sup>, Nguyễn Minh Tâm<sup>2</sup>, Ngô Văn Thuyên<sup>2</sup>,  
Trần Thanh Phong<sup>3</sup>, Nguyễn Văn Đông Hải<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Đại học Bách Khoa (BKU), Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

<sup>2</sup>Đại học Sư phạm Kỹ thuật Thành phố Hồ Chí Minh (HCMUTE), Việt Nam

<sup>3</sup>Đại học Tiền Giang (TGU), Việt Nam

\* Tác giả liên hệ. Email: [minhtai.hcmute@gmail.com](mailto:minhtai.hcmute@gmail.com)

### THÔNG TIN BÀI BÁO

Ngày nhận bài: 5/1/2022  
Ngày hoàn thiện: 20/1/2022  
Ngày chấp nhận đăng: 14/3/2022  
Ngày đăng: 28/4/2022

### TỪ KHÓA

Con lắc ngược quay;  
Bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra;  
Giải thuật di truyền;  
Điều khiển cân bằng;  
Bộ điều khiển hệ SIMO.

### TÓM TẮT

Con lắc ngược quay là hệ thống phi tuyến và là mô hình phổ biến trong các ứng dụng kiểm chứng kỹ thuật điều khiển. Hệ con lắc ngược quay đại diện cho một lớp các hệ thống under – actuated. Trong bài báo này, tác giả ứng dụng bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra với đối tượng hệ con lắc ngược quay, để đánh giá độ ổn định của hệ thống. Mô phỏng được thực hiện trong môi trường Matlab/Simulink cho thấy thông số điều khiển được tìm kiếm thông qua giải thuật di truyền làm hệ thống cân bằng tại vị trí thẳng đứng hướng lên. Thuật toán điều khiển được xây dựng trong môi trường Matlab/Simulink thông qua vi điều khiển STM32F407VG Discovery. Kết quả thực nghiệm được trình bày để đánh giá độ ổn định, tính hiệu quả của bộ điều khiển mà tác giả xây dựng.

Doi: <https://doi.org/10.54644/jte.69.2022.1120>

Copyright © JTE. This is an open access article distributed under the terms and conditions of the [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/) which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium for non-commercial purpose, provided the original work is properly cited.

## 1. Giới thiệu

Hệ con lắc ngược quay (rotary inverted pendulum - RIP) là một nền tảng thử nghiệm nổi tiếng để đánh giá các giải thuật điều khiển khác nhau. Hệ này đã được ứng dụng rất nhiều trong cuộc sống chẳng hạn như điều khiển các phương tiện trong lĩnh vực hàng không vũ trụ, người máy, xe hai bánh cân bằng.

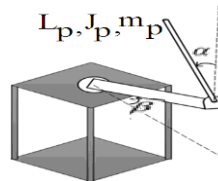
Cấu tạo cơ khí của RIP bao gồm hai thành phần là thanh cánh tay và thanh con lắc. Thanh cánh tay của hệ được kết nối với động cơ DC với mục tiêu cân bằng thanh con lắc ở vị trí thẳng đứng hướng lên. Các thông số trong cấu tạo cơ khí của hệ thống con lắc ngược quay được trình bày trong Hình 1, trong đó các thông số lần lượt là khối lượng thanh con lắc, chiều dài thanh con lắc, momen quán tính thanh con lắc, góc thanh con lắc và góc thanh cánh tay. Mô hình thực sẽ được trình bày trong phần 4.2 của bài viết này.

Điều khiển hồi tiếp là một cách tiếp cận để thiết kế bộ điều khiển phi tuyến, đã có rất nhiều nghiên cứu về vấn đề này [1, 2, 3]. Ý tưởng cốt lõi của bộ điều khiển hồi tiếp này là biến đổi đại số hệ thống phi tuyến thành tuyến tính (toàn bộ hoặc một phần). Từ đó, bộ điều khiển tuyến tính có thể được ứng dụng trên hệ thống. Theo tài liệu [4], tác giả đã nghiên cứu xây dựng bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra bám quỹ đạo nhưng đáp ứng ngõ ra hệ thống khi bám quỹ đạo kém. Trong tài liệu [3], tác giả đã thực hiện phân tích bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra và kiểm chứng trên hệ Pendubot. Tác giả đã thực hiện lựa chọn hai tín hiệu ngõ ra lần lượt là phụ thuộc vào góc lệch thanh con lắc và phụ thuộc cả góc lệch thanh con lắc và thanh cánh tay. Mục đích nhằm so sánh đáp ứng ngõ ra của hệ thống Pendubot.

Bố cục bài báo gồm 5 phần. Phần 1 giới thiệu về hệ RIP và bộ điều khiển tuyến tính hóa vào ra. Phần 2, tác giả thực hiện phân tích mô hình, phương trình động lực học, các thông số hệ thống. Trong phần 3, tác giả trình bày phương pháp xây dựng bộ điều khiển tuyến tính hóa vào ra cho hệ RIP. Kết quả mô phỏng và thực nghiệm được trình bày trong phần 4. Cuối cùng, trong phần 5, tác giả tổng kết, kết luận về giải thuật đã được xây dựng và kiểm nghiệm trong mô phỏng và trên thực tế.

## 2. Mô hình hệ thống [5]

Như đã trình bày trong Phần 1, cấu trúc hệ RIP được thể hiện ở Hình 1. Hệ thống bao gồm 2 thanh. Thanh thứ nhất được gọi là thanh con lắc và thanh thứ hai được gọi là thanh cánh tay. Góc của thanh con lắc và thanh cánh tay lần lượt là  $\alpha$  và  $\beta$ . Thông số của hệ thống được liệt kê trong Bảng 2.



Hình 1. Cấu trúc vật lý hệ con lắc ngược quay

Tổng động năng của hệ:

$$K = \frac{1}{2} J_r \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2 \quad (1)$$

$$+ \frac{1}{2} m_p \left\{ L_r^2 \dot{\beta}^2 + \frac{1}{4} L_p^2 (\dot{\beta}^2 - \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha) \right\} - \frac{1}{2} L_r L_p m_p \dot{\beta} \dot{\alpha} \cos \alpha$$

Tổng thế năng của hệ:

$$V = m_p g L_p (1 - \cos \alpha) \quad (2)$$

Phương trình Lagrangian có dạng:

$$L = K - V \quad (3)$$

Theo phương pháp Euler-Lagrange, phương trình động lực học của hệ thống (4) và (5):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = \tau - B_r \dot{\beta} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -B_p \dot{\alpha} \quad (5)$$

Bằng một số tính toán cho (4) và (5), hệ phương trình động lực học của hệ con lắc ngược quay có dạng như tài liệu [5]:

$$\left( \begin{matrix} m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 + \\ -\frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos^2 \alpha + J_r \end{matrix} \right) \ddot{\beta} - \frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos \alpha \ddot{\alpha} + \frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin \alpha \cos \alpha \dot{\beta} \dot{\alpha} + \quad (6)$$

$$+ \frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin \alpha \dot{\alpha}^2 = \tau - B_r \dot{\beta} \quad (7)$$

$$- \frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos \alpha \ddot{\beta} + \left( J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos \alpha \sin \alpha \dot{\beta}^2 +$$

$$- \frac{1}{2} m_p L_p g \sin \alpha = -B_p \dot{\alpha}$$

Tuy nhiên, để phù hợp và dễ dàng hiệu chỉnh cho động cơ cũng như dễ dàng áp dụng thuật toán điều khiển lên mô hình thực. Tín hiệu điều khiển được nhóm tác giả quy đổi từ dạng momem về điện áp. Phương trình (8) mô tả tín hiệu momen theo điện áp.

$$\tau = -k_3 \ddot{\beta} - k_2 \dot{\beta} + k_1 e \quad (8)$$

Trong đó  $k_1 = \frac{K_t}{R_m}$ ;  $k_2 = C_m + \frac{K_t}{R_m} K_b$ ;  $k_3 = J_m$

Theo tài liệu [5] và [6], các thông số động cơ được nhóm tác giả nhận dạng. Các thông số này được trình bày trong Bảng 1:

**Bảng 1. Thông số động cơ**

$L_m$ (H)	0.1756
$K_b$ (V / (rad / sec))	0.0531
$K_t$ (Nm/A)	0.0014
$R_m$ ( $\Omega$ )	11.7356
$ T_f $ (N.m)	0.0014
$J_m$ (kg.m <sup>2</sup> )	0.0195
$C_m$ ((N.m / (rad / sec))	3.7757e-05

Kết hợp các phương trình (6), (7), (8), chúng ta có phương trình tổng động năng của hệ là:

$$D(\alpha, \beta).(\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}) + C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}).(\dot{\alpha}, \dot{\beta}) + G(\alpha, \beta) = v \quad (9)$$

Trong đó  $D(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 & \\ -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos \alpha & -\frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos^2 \alpha \\ & + J_r + k_3 \\ \left( J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos \alpha \end{bmatrix}$ ;  $C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin \alpha \right) \dot{\alpha} & \left( \frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin \alpha \cos \alpha \right) \dot{\alpha} \\ & + B_r + k_2 \\ B_p & -\frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos \alpha \sin \alpha \dot{\beta}^2 \end{bmatrix}$

$$G(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} m_p L_p g \sin(\alpha) \end{bmatrix}; v = \begin{bmatrix} k_1 e \\ 0 \end{bmatrix}$$

Các thông số hệ thống được liệt kê và mô tả trong Bảng 2:

**Bảng 2. Thông số hệ thống**

No	Thông số	Mô tả	Đơn vị	Giá trị
1	$m_p$	Khối lượng con lắc	kg	0.027
2	$L_p$	Độ dài con lắc	m	0.328
3	$J_p$	Momem quán tính thanh con lắc	kg.m	0.0046617
4	$L_r$	Độ dài cánh tay	m	0.205
5	$J_r$	Momem quán tính thanh cánh tay	kg.m	0.0019
6	$g$	Gia tốc trọng trường	m/s <sup>2</sup>	9.81
7	$B_r$	Ma sát thanh cánh tay	NA	0.0017
8	$B_p$	Ma sát thanh con lắc	NA	≈ 0

Để biến đổi phương trình động lực học về dạng phương trình trạng thái, nhóm tác giả giả định  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\sin \beta \approx \beta$ ,  $\cos \alpha = 1$ ,  $\cos \beta = 1$ .

Các biến trạng thái được xác định như sau:

$$x_1 = \alpha; x_2 = \dot{\alpha}; x_3 = \beta; x_4 = \dot{\beta}; x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T; y = [x_1 \ x_3]^T$$

Hệ thống được mô tả bằng phương trình trạng thái có dạng như sau:

$$\dot{x} = Ax + Be; y = Cx \tag{10}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Trong đó  $a_{21} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_1}; a_{22} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_2}; a_{23} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_3}; a_{24} = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial x_4}; a_{41} = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial x_1}; a_{42} = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial x_2}; a_{43} = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial x_3}; a_{44} = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial x_4}; b_2 = \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial e};$

$$b_4 = \frac{\partial \ddot{\beta}}{\partial e}$$

Từ phương trình (6), (7), (8), (9), biến  $\ddot{\alpha}$ ,  $\ddot{\beta}$  được tìm thấy và sau đó được thay thế thành (11) để tính toán ma trận A, B như (12) (Tại vị trí cân bằng, chúng ta xem biến  $\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, e$  bằng 0).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 47.1570 & -0.1086 & 0 & -0.6303 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 14.1057 & -0.0325 & 0 & -0.8279 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.4698 \\ 0 \\ 1.9306 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Với ma trận tuyến tính, ta thấy ma trận điều khiển  $M_c = [B \ AB \ A^2B \ A^3B]$  có rank=4, tức hệ điều khiển được.

### 3. Điều khiển cân bằng

#### 3.1. Phương pháp hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra cho hệ thống phi tuyến

Xét đối tượng điều khiển:

$$H = \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (13)$$

Trong đó:  $x, f(x), g(x)$  là các vector  $n \times 1$

$h(x)$  là một hàm vô hướng của vector  $x$

Xác định luật điều khiển  $u = \alpha(x) + \beta(x)v$  và phép biến đổi trạng thái  $\xi = T(x)$  sao cho hệ thống mới  $H'$  tuyến tính

$$H' = \begin{cases} \dot{z} = Az + Bv \\ y = Cz \end{cases} \quad (14)$$

**Định nghĩa:** Đạo hàm Lie theo phương  $f(x)$  của hàm vô hướng  $h(x)$  là một vô hướng, kí hiệu  $L_f h(x)$  được định nghĩa như sau:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \quad (15)$$

Đạo hàm Lie được định nghĩa một cách đệ quy như sau:

$$L_f^n h(x) = \frac{\partial(L_f^{n-1} h(x))}{\partial x} f(x) \text{ với } L_f^0 h(x) = h(x) \quad (16)$$

Ta cũng có:

$$L_f L_g h(x) = \frac{\partial(L_g h(x))}{\partial x} f(x) \quad (17)$$

Theo luật điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa ta có:

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x) \quad (18)$$

Nếu  $L_g h(x) = 0 \rightarrow \dot{y} = L_f h(x) \rightarrow \ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_f L_g h(x)$

Nếu  $L_g L_f h(x) = 0 \rightarrow \ddot{y} = L_f^2 h(x) \rightarrow \dddot{y} = L_f^3 h(x) + L_g L_f^2 h(x)u$

Nếu  $L_g L_f^2 h(x) = 0 \rightarrow \dddot{y} = L_f^3 h(x)$

**Định nghĩa:** Hệ thống  $H$  có bậc tương đối là  $p$  nếu và chỉ nếu hai điều kiện sau được thoả mãn:

$$\begin{cases} L_g h(x) = L_g L_f h(x) = L_g L_f^2 h(x) = \dots \\ \dots = L_g L_f^{(p-2)} h(x) = 0 \\ L_g L_f^{(p-1)} h(x) \neq 0 \end{cases} \quad (19)$$

Nếu (18) thoả mãn, ta có:

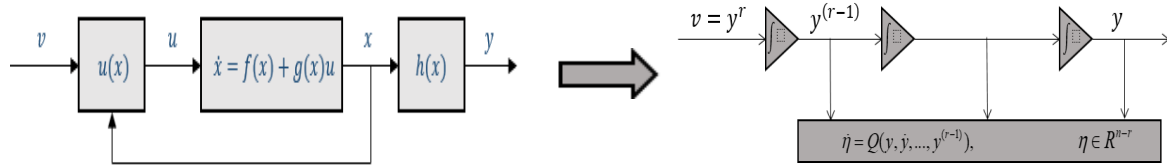
$$y^{(p)} = L_f^{(p)} h(x) + L_g L_f^{(p-1)} h(x)u$$

Luật điều khiển tuyến tính hóa hệ thống được xác định bởi:

$$u = (L_g L_f^{(p-1)} h(x))^{-1} [v - L_f^{(p-1)} h(x)] \quad (20)$$

### 3.2. Ứng dụng vào hệ RIP

Các phân tích về hệ RIP được trình bày trong Phần 2 của bài viết. Từ đó, ta cần xác định điều khiển hệ về vị trí cân bằng. Vậy 2 biến tác giả quan tâm là biến  $x_1$  và  $x_3$ . RIP là một hệ SIMO (một vào nhiều ra), mặt khác phương pháp tuyến tính hóa yêu áp dụng cho hệ có số đầu vào bằng số đầu ra. Chính vì vậy, ta cần chọn lựa hàm  $y$  là hàm tổ hợp các biến ngõ ra. Chọn ngõ ra  $y = h(x)$  là một hàm chỉ theo  $x_1, x_3$  tức theo góc lệch thanh cánh tay và góc lệch thanh con lắc. Theo tài liệu [3], sơ đồ khối như Hình 2. mô tả biến đổi tuyến tính hóa vào ra thành dạng Byrnes-Isidori.



**Hình 2.** Bộ điều khiển tuyến tính hóa vào ra

Trong phương pháp này, quan hệ vi phân tuyến tính được tạo ra giữa biến ngõ ra  $y$  và một biến ngõ vào mới,  $v$ . Đạo hàm phương trình ngõ ra, ta có

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} &= \frac{\partial h}{\partial x} f(x) + g(x)u \\ &= L_f h(x) + L_g h(x)u \end{aligned} \quad (21)$$

Luật điều khiển có thể được xác định như sau:

$$u = \frac{v - L_f^4 h(x)}{L_g L_f^3 h(x)} \quad (22)$$

Với  $v = -Kz$

Trong đó:

- $K$  là một ma trận dương cần được lựa chọn:  $K = [K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4]$  với  $n$  là số bậc của hệ thống.

- $z$  là biến trạng thái:  $z = [z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4]$ ;  $z = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ L_f^2 h(x) \\ L_f^3 h(x) \end{bmatrix}$

Các giá trị  $L_f h$ ,  $L_f^2 h$ ,  $L_f^3 h$ ,  $L_f^4 h$ ,  $L_g L_f^3 h$  được tính toán trong phần Phụ lục A. Nhóm tác giả thực hiện chọn lựa  $y = x_1$ . Như đã phân tích, hệ con lắc ngược quay là hệ bậc 4. Vì vậy, giá trị  $n = 4$ . Các giá trị trong ma trận dương  $K$  được nhóm tác giả lựa chọn bằng giải thuật di truyền (GA). Thông số các giá trị sau khi được tìm kiếm bằng GA được trình bày trong Bảng 3.

**Bảng 3.** Thông số điều khiển hệ thống

$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$
7.7891	61.9113	59.9704	7.9275

## 4. Mô phỏng và thực nghiệm

### 4.1. Kết quả mô phỏng

#### Ổn định bằng phương pháp tuyến tính hóa vào ra

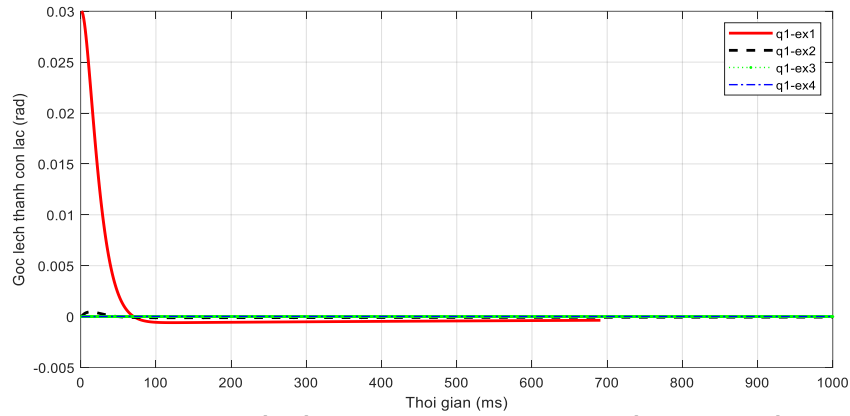
Ổn định hệ RIP được trình bày từ Hình 3. đến Hình 6. Thông số để thực hiện mô phỏng được nhóm tác giả liệt kê trong Bảng 1., Bảng 2. và Bảng 3. Các giá trị ban đầu của RIP được lựa chọn lần lượt:

$$x = [0.03 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (23)$$

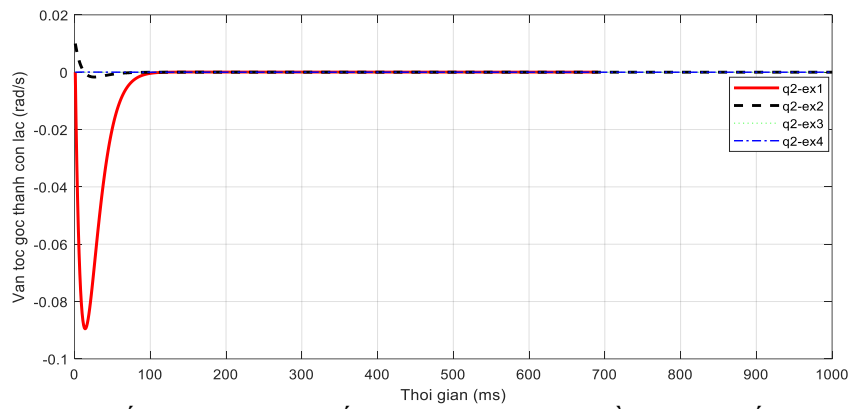
$$x = [0 \quad 0.01 \quad 0 \quad 0]^T \quad (24)$$

$$x = [0 \quad 0 \quad 0.03 \quad 0]^T \quad (25)$$

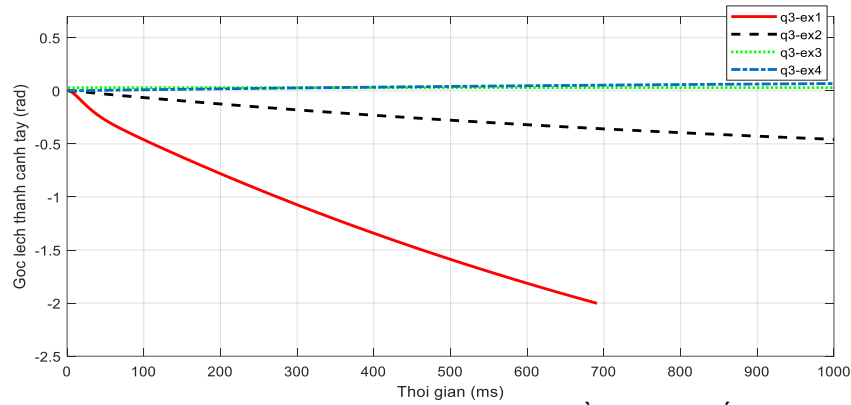
$$x = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.01]^T \quad (26)$$



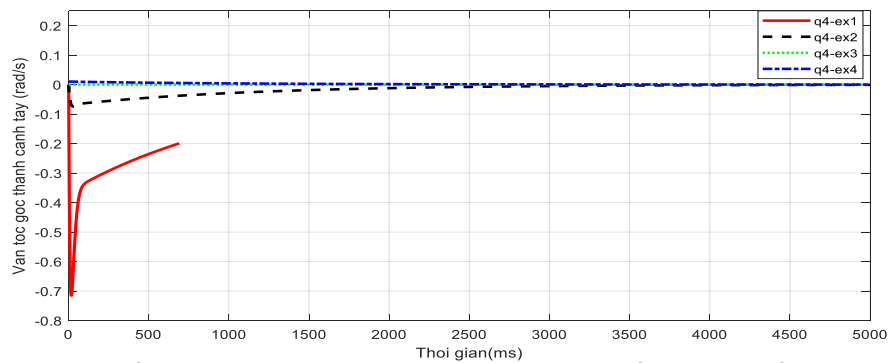
**Hình 3.** Góc thanh con lắc lần lượt với các giá trị ban đầu từ (23) đến (26) (rad)



**Hình 4.** Vận tốc góc thanh con lắc với các giá trị ban đầu từ (23) đến (26) (rad/s)



**Hình 5.** Góc thanh cánh tay với các giá trị ban đầu từ (23) đến (26) (rad)



**Hình 6.** Vận tốc góc thanh cánh tay với các giá trị ban đầu từ (23) đến (26) (rad/s)

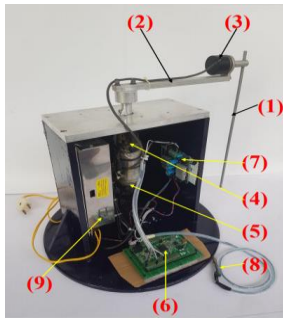
Kết quả mô phỏng được trình bày từ Hình 3 đến Hình 6 với 4 bộ giá trị ban đầu được nhóm tác giả liệt kê từ (23) đến (26). Khi áp dụng luật điều khiển như phương trình (22) và bộ thông số điều khiển tìm được thông qua giải thuật di truyền GA, kết quả từ Hình 3 đến Hình 6 cho chúng ta thấy rằng với bộ giá trị ban đầu (23) đến (26), bộ điều khiển có khả năng giữ cân bằng thanh con lắc tại vị trí ổn định và duy trì thanh cánh tay quanh điểm cân bằng. Bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra được tác giả đề xuất có thể điều khiển thanh con lắc của hệ giữ ở vị trí thẳng đứng hướng lên. Chính vì vậy, với bộ điều khiển này cho phép hệ có thể đạt được mục tiêu điều khiển trong phạm vi vùng cân bằng một cách nhanh chóng.

Theo Hình 5 mô tả đáp ứng ngõ ra thanh cánh tay tiệm cận về giá trị 0.12 rad và duy trì tại vị trí đó. Với ngõ ra mà nhóm tác giả lựa chọn tại Mục 3.2, trong phương trình này ngõ ra chỉ tập trung vào biến góc lệch thanh con lắc, nên đáp ứng ngõ ra thanh cánh tay duy trì tại vị trí góc lệch 0.12 rad, chưa có khả năng về vị trí góc lệch bằng 0.

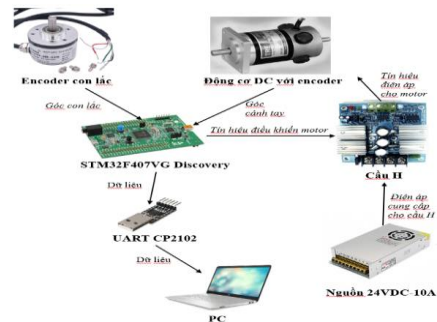
## 4.2. Kết quả thực nghiệm

### Mô hình thực hệ thống con lắc ngược quay

Mô hình thực hệ thống con lắc ngược quay được trình bày trong Hình 7 và sơ đồ điện của hệ thống được trình bày trong Hình 8.



Hình 7. Mô hình thực hệ con lắc ngược quay



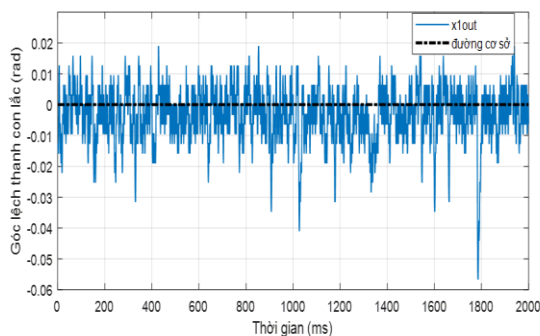
Hình 8. Sơ đồ kết nối phần điện

Thành phần hệ:

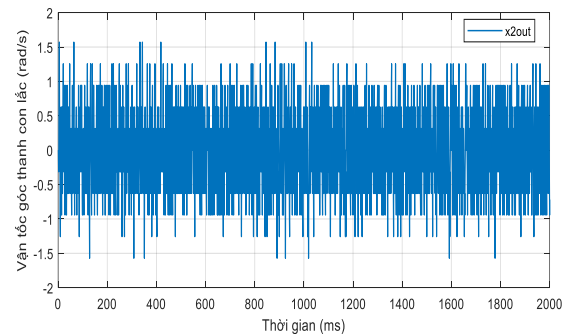
1. Thanh con lắc
2. Thanh cánh tay
3. Encoder thanh con lắc
4. Động cơ DC
5. Encoder thanh cánh tay
6. STM32F407 Discovery
7. Cầu H
8. UART CP2102
9. Nguồn xung 24VDC-10A

### Điều khiển ổn định áp dụng phương pháp tuyến tính hóa vào ra

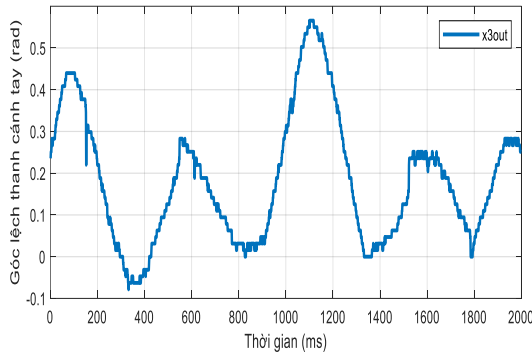
Kết quả thực nghiệm được nhóm tác giả trình bày từ Hình 9 đến Hình 12.



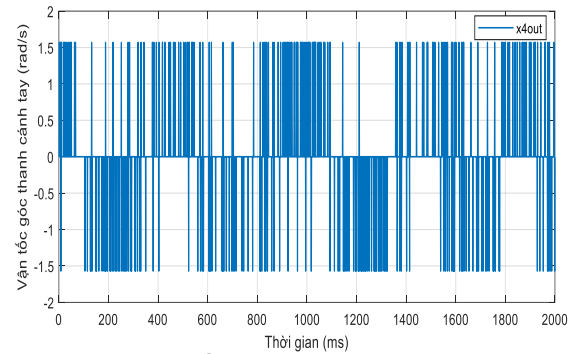
Hình 9. Góc thanh con lắc (rad)



Hình 10. Vận tốc góc thanh con lắc (rad/s)



Hình 11. Góc thanh cánh tay (rad)



Hình 12. Vận tốc góc thanh cánh tay (rad/s)

Theo kết quả thực tế được trình bày từ Hình 9 đến Hình 12, bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra có thể giữ thanh thứ nhất của hệ quanh vùng cân bằng tại vị trí thẳng đứng hướng lên. Theo Hình 11, đáp ứng ngõ ra của góc lệch thanh cánh tay dao động và không thể về 0 như kết quả mô phỏng được trình bày ở Hình 5 và Hình 6. Đáp ứng thanh cánh tay không thể về 0 vì sự lựa chọn phương trình  $y = x_1$  như đã trình bày ở Phần 3.2 Đây có thể được xem là một khuyết điểm của bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa vào ra cho các hệ thống SIMO. Tuy nhiên, đáp ứng ngõ ra của hệ thống có thể được cải thiện bằng cách chọn lựa phương trình ngõ ra  $y$  và tối ưu để Matlab có thể tính toán phương trình điều khiển.

## 5. Kết luận

Như đã đề cập ở đầu bài về xây dựng bộ điều khiển hồi tiếp tuyến tính hóa cho hệ RIP, nhóm tác giả đã xây dựng thành công phương pháp điều khiển cho hệ con lắc và duy trì thanh con lắc của hệ quanh vùng cân bằng ở vị trí thẳng đứng hướng lên. Tuy nhiên, đáp ứng ngõ ra thanh cánh tay hệ thống chưa có kết quả đáp ứng tốt do tác giả chọn lựa hàm  $h(x)$ . Chính vì vậy, việc lựa chọn hàm  $h(x)$  sẽ giúp cải thiện đáp ứng ngõ ra thanh cánh tay và thanh con lắc. Đây được xem là một hướng phát triển cho đề tài này.

## PHỤ LỤC A

Một số tính toán cho bộ điều khiển:

$$h = x_1$$

$$f = [x_2 \quad f_1 \quad x_4 \quad f_2]^T$$

$$g = [0 \quad g_1 \quad 0 \quad g_2]^T$$

$$L_f h = \left[ \frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h}{\partial x_2} \quad \frac{\partial h}{\partial x_3} \quad \frac{\partial h}{\partial x_4} \right] * f$$

$$L_f^2 h = \left[ \frac{\partial L_f h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial L_f h}{\partial x_2} \quad \frac{\partial L_f h}{\partial x_3} \quad \frac{\partial L_f h}{\partial x_4} \right] * f$$

$$L_f^3 h = \left[ \frac{\partial L_f^2 h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial L_f^2 h}{\partial x_2} \quad \frac{\partial L_f^2 h}{\partial x_3} \quad \frac{\partial L_f^2 h}{\partial x_4} \right] * f$$

$$L_f^4 h = \left[ \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_2} \quad \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_3} \quad \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_4} \right] * f$$

$$L_g L_f^3 h = \left[ \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_2} \quad \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_3} \quad \frac{\partial L_f^3 h}{\partial x_4} \right] * g$$

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Joachim Deutscher, "Approximate input-output linearization of nonminimum phase nonlinear systems with linear unforced dynamics, European Control Conference", tr.91-96, 1997.
- [2] Iraj Hassanzadeh, Saleh Mobayen, "GA based input-output feedback linearization controller for rotary inverted pendulum system", The 5th International Symposium on Mechatronics and its Applications (ISM08), 2008.
- [3] Kahina Guemghar, "On the use of input-output feedback linearization techniques for the control of nonminimum-phase systems", Luận văn Tiến sỹ, 2005.
- [4] I. Hassanzadeh, S. Mobayen, H.Kharrati, "Design of MIMO Controller for a Manipulator using Tabu search algorithm", International Conference on Intelligent and Advanced Systems, tr. 1023-1028, 2007.
- [5] Vo Minh Tai, Nguyen Minh Tam, Le Thi Thanh Hoang, Tran Vi Do, Tran Duc Thien, Nguyen Tran Minh Nguyet, Ngo Van Thuyen, Nguyen Van Dong Hai, "Back-stepping control for rotary inverted pendulum", Journal of Technical Education Science No.59, tr. 93-101, 2020.
- [6] Nguyễn Văn Đông Hải, *Xây dựng bộ điều khiển nhúng tuyến tính hóa vào ra cho hệ xe con lắc ngược*, Luận văn Thạc sỹ, 2011.



**Vo Minh Tai** currently works at Intel Products Vietnam as automation engineer. He received the B.S. degree in automation and control engineering from Ho Chi Minh University of Technology and Education (HCMUTE), Vietnam in 2020. Since 2022, he has been a master student in major automation and control engineering at Ho Chi Minh City University of Technology (BKU), Vietnam. His research interests are fuzzy systems, observer and controller design for uncertain system, nonlinear control, adaptive control, and intelligent technique.



**Vi-Do Tran** received the Master degree in Electrical Engineering from the HCM University of Technology and Education, Vietnam, in 2015. He received the PhD in BioRobotics at the BioRobotics Institute, Scuola Superiore Sant'Anna in Pisa, Italy in 2018. His research interests are in the fields of rehabilitation robotics, assistive technologies and human-robot interaction. From December 2018 until now, he has worked as a lecturer at the HCM University of Technology and Education, Vietnam..



**Vu Van Phong** currently works at the Faculty of Electrical and Electronic, University of Technology and Education Ho Chi Minh. He received the B.S. degree in electrical engineering from Ha Noi University of Sciences and Technology, Vietnam in 2007; the M.S. degree in electrical engineering from Southern Taiwan University of Sciences and Technology in 2010, and the Ph.D. degree in electrical engineering from National Central University, Taiwan in 2017. Since 2012, he has been a lecturer at Ho Chi Minh City University of Education and Technology, Vietnam. He is a postdoc in electrical engineering at National Central University from Nov-2017 to July-2018. His research interests are fuzzy systems, intelligent control, observer and controller design for uncertain system.



**Tran Duc Thien** received the B.S and M.S. degrees in Department of Electrical Engineering, Ho Chi Minh City University of Technology, Vietnam, in 2010, and 2013, respectively. He worked as a lecturer with the Department of Automatic Control, Ho Chi Minh City University of Technology and Education (HCMUTE), Vietnam, from 2012 to 2014. He is currently a Ph.D. candidate in the School of Mechanical Engineering, University of Ulsan, Korea. His research interests include robotics, variable stiffness system, fluid power control, disturbance observer, nonlinear control, adaptive control, and intelligent technique.



**Nguyen Minh Tam** was born in Ben Tre province, Vietnam. He received the Ph.D. degree in Engineering Science from the University of Technology, Sydney, Australia in 2010. His research interests include system modeling, intelligent and robust control, soft-computing, and power system control.



**Ngo Van Thuyen** currently works at University of Technology and Education Ho Chi Minh as Chairman of the board. He received the Ph.D. degree in automation and control engineering from University of Technology Sydney (UTS), Australia in 2008. He was recognized as an Associate Professor by the State Council for Professorship in 2018. His research interests are fuzzy systems, intelligent control, observer and controller design for uncertain system, automation in industrial, SCADA.



**Tran Thanh Phong** currently works at the Scientific Research and Technology Management and International Cooperation Office, Tien Giang University. He received the B.S. degree in automation and control engineering from Ho Chi Minh University of Technology, Vietnam in 2009; the M.S. degree in optimization and formatting system from University of Technology Troyes in 2011, and the Ph.D. degree in automation and control engineering from University of Angers, France in 2017. Since 2011, he has been a lecturer at Tien Giang University, Vietnam. His research interests are fuzzy systems, intelligent control, observer and controller design for uncertain system.



**Nguyen Van Dong Hai** currently works at the Faculty of Electrical and Electronic, University of Technology and Education Ho Chi Minh. He received the B.S. degree in automation and control engineering from Ho Chi Minh University of Technology, Vietnam in 2009; the M.S. degree in automation and control engineering from Ho Chi Minh University of Technology, Vietnam in 2011, and the Ph.D. degree in automation and control engineering from University of Craiova, Rumania in 2018. Since 2012, he has been a lecturer at Ho Chi Minh City University of Education and Technology, Vietnam. His research interests are fuzzy systems, intelligent control, observer and controller design for uncertain system.