

# ĐIỀU KHIỂN HỆ CON LẮC NGƯỢC BÁNH XE QUÁN TÍNH SỬ DỤNG GIẢI THUẬT ĐIỀU KHIỂN LQR: MÔ PHỎNG VÀ THỰC NGHIỆM

## CONTROLLING A REACTION WHEEL PENDULUM USING LQR CONTROLLER: SIMULATION AND EXPERIMENT

Nguyễn Bình Hậu, Nguyễn Minh Tâm, Lê Thị Thanh Hoàng,  
Nguyễn Văn Đông Hải, Trần Hoàng Chinh

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP.HCM, Việt Nam

Ngày toà soạn nhận bài 23/4/2018, ngày phân biện đánh giá 20/5/2018, ngày chấp nhận đăng 15/8/2018.

### TÓM TẮT

Các phương tiện giao thông thông thường như xe đạp, xe máy đều là những hệ mất thăng bằng khi chưa được điều khiển. Với tác động của trọng lực hay ngoại lực, dù rất nhỏ cũng đủ làm chúng ngã xuống, mất thăng bằng. Với lý do đó, nhóm tác giả đã lựa chọn một đối tượng phi tuyến phỏng theo hoạt động của thân chiếc xe đạp để tiến hành nghiên cứu giải thuật điều khiển. Hệ con lắc ngược bánh xe quán tính là một hệ thống phi tuyến với đặc trưng của hệ một vào nhiều ra (SIMO). Trong bài báo này, nhóm tác giả sử dụng giải thuật LQR để tiến hành điều khiển đối tượng nói trên. Kết quả điều khiển được mô phỏng trên phần mềm Matlab/Simulink và kiểm định trên mô hình thực tế. Kết quả không những cho thấy đáp ứng ngõ ra đạt được gần giá trị mong muốn bất kể tác động mạnh từ ngoại lực mà còn thể hiện khả năng cao của giải thuật điều khiển LQR cho việc điều khiển thăng bằng đối tượng một cách hiệu quả trong ứng dụng thực tế.

**Từ khóa:** xe đạp; hệ con lắc ngược bánh xe quán tính; hệ thống phi tuyến; điều khiển LQR; hệ SIMO.

### ABSTRACT

Popular vehicles, such as bicycles, motorbikes which are unstable, unbalanced when they are not under control. Under the effects of gravitation or external forces, they fall down and become unbalanced immediately. Thence, authors choose a nonlinear system that has the same simple structure as a bicycle body in order to research control algorithm. Inverted pendulum with a reaction wheel is a nonlinear system that has a single input-multi output (SIMO) structure. In this paper, authors use LQR algorithm to control this model. Results are shown in Matlab/Simulink simulation and real experiment. Results show not only that control responses are closed to references under effects of external forces but also that LQR control algorithm can stabilize system effectively in a real application.

**Keywords:** bicycle; reaction wheel pendulum; nonlinear system; LQR control; SIMO system.

## 1. GIỚI THIỆU

Hệ con lắc ngược tự thăng bằng với một bánh xe quán tính (hay còn gọi là hệ con quay hồi chuyển thăng bằng, hệ con lắc ngược – bánh xe) là một trong những hệ phi tuyến, được tạo nên từ sự kết hợp giữa một thanh quay con lắc ngược và một bánh xe. Hệ con quay hồi chuyển thăng bằng gồm một thanh con lắc với một đầu được gắn chặt vào

một trục tự do sao cho thanh quay có thể quay tự do theo trục đó. Đầu còn lại của thanh con lắc được gắn chặt với một động cơ, trục động cơ này được gắn chặt với một bánh xe. Như vậy, ta sẽ có một cơ cấu chấp hành là trục bánh xe và hai đáp ứng đầu ra của hệ là góc lệch bánh xe và góc lệch thanh con lắc. Khi không có tín hiệu điều khiển, con lắc (được xem như thân xe đạp, xe máy) sẽ ngã xuống, yêu cầu đặt ra là điều khiển tốc độ,

đảo chiều bánh xe liên tục để giữ cho con lắc không bị ngã xuống. Để thực hiện được việc này, vấn đề đặt ra là thiết kế bộ điều khiển với tín hiệu đầu ra là điện áp điều khiển đối tượng. Cũng giống như các hệ phi tuyến khác như con lắc ngược quay [1], hệ bóng thanh [2], pendubot [3]..., hệ con lắc quay hồi chuyển thăng bằng - bánh xe [4] cũng là hệ phi tuyến cao, rất khó điều khiển và có cấu trúc SIMO, tức hệ có số tín hiệu vào ít hơn số tín hiệu ngõ ra cần điều khiển (một tín hiệu điều khiển ngõ vào là điện áp cấp cho động cơ hoặc mô-men do động cơ tạo ra, hai tín hiệu ngõ ra cần điều khiển là góc con lắc  $\theta$  và góc bánh xe  $\phi$  như ở Hình 1 phía dưới). Đặc biệt, hệ này với mục tiêu chính là giữ thăng bằng cho con lắc (đáp ứng ngõ ra thứ nhất), bất kể có tác động từ trọng lực hay ngoại lực, nên tín hiệu điều khiển (cũng chính là đáp ứng ngõ ra thứ hai) của hệ phải thay đổi liên tục nhằm giữ cho con lắc thăng bằng. Đối với các hệ con lắc ngược khác như hệ con ngược quay, hệ bóng và thanh, hệ pendubot [1]-[3], cơ cấu điều khiển được đặt ở link gốc (link bậc thấp). Hệ con lắc ngược bánh xe quán tính có cơ cấu chấp hành đặt ở link bậc cao (ở đây là đặt ở bánh xe, xa với gốc tọa độ), tương tự hệ acrobot [8], nên việc giữ thăng bằng cho hệ con lắc ngược-bánh xe quán tính có thể nói là đặc biệt hơn.

Trong một số báo cáo nghiên cứu khoa học trước đây, hệ thống này đã được đưa vào nghiên cứu thử nghiệm với các giải thuật khác nhau như PID [5], Fuzzy [6], ... Nhóm tác giả đề xuất sử dụng giải thuật điều khiển tối ưu (LQR). Quá trình thực hiện được nhóm tác giả tiến hành từ khâu mô phỏng sự ổn định của hệ thống trước khi kiểm định kết quả trên mô hình thực tế. Để hệ thống thăng bằng, bánh xe phải được điều khiển với tốc độ và thời gian đảo chiều hợp lý để thanh không bị ngã xuống cho dù tác động ngoại lực lên thanh là đáng kể.

## 2. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ CON LẮC NGƯỢC – BÁNH XE QUÁN TÍNH

Từ cấu trúc của hệ thống được đặt trên hệ trục tọa độ  $Oxy$  như ở Hình 1, ta xác định được động năng và thế năng của hệ như (1)

và (2) (nếu xấp xỉ  $\sin \theta \approx \theta$ ;  $\sin \phi \approx \phi$ ;  $\cos \phi \approx \cos \theta \approx 1$  nếu hệ thống ở quanh vị trí cân bằng):

$$K = \frac{1}{2} \left( m_1 L_1^2 + m_2 L_2^2 + I_1 + I_2 \right) \dot{\theta}^2 + I_2 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2 \quad (1)$$

$$V = (m_1 L_1 + m_2 L_2) g \cos \theta \approx (m_1 L_1 + m_2 L_2) g \quad (2)$$

Mô hình toán học của hệ con lắc hồi chuyển thăng bằng với một bánh xe được thành lập từ việc áp dụng phương pháp lượng tử Lagrange [7] như sau:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad (i=1,2) \quad (3)$$

Với  $L$  là phương trình Lagrange được xác định bởi:

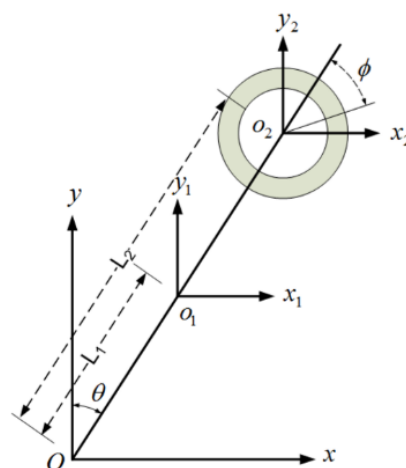
$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (4)$$

$K$  là động năng và  $V$  là thế năng của hệ.

$\tau_i$  là tổng các lực liên kết tác động vào hệ thống.

$q = [q_1 \quad q_2]^T = [\theta \quad \phi]^T$  là các thành phần liên kết tạo nên hệ thống.

Cấu trúc vật lý của hệ thống được thể hiện ở hình 1 [7]:



Hình 1. Mô tả cấu trúc của hệ con lắc hồi chuyển thăng bằng với một bánh xe

Hệ con lắc ngược bánh xe quán tính mô tả hệ xe đạp tự cân bằng. Hai biến điều khiển

là góc con lắc  $\theta$  và góc bánh xe  $\phi$ . Việc điều khiển góc con lắc  $\theta$  thành công sẽ giúp hệ xe đạt được cân bằng. Việc điều khiển thành công góc bánh xe  $\phi$  để mô tả thành công hoạt động của 1 người ngồi trên xe, nghiêng người để giữ cân bằng cho xe, khi xe cân bằng thì người ngồi trên xe cũng về vị trí cân bằng. Như vậy, việc điều khiển thành công hai biến trên mới chứng tỏ được tính khả thi để áp dụng hệ trên cho mô hình xe đạp cân bằng sau này.

**Bảng 1. Thông số mô hình của hệ thống**

Thông số	Mô tả
$L_1$	Chiều dài con lắc từ trục xoay tự do đến trọng tâm
$L_2$	Chiều dài con lắc
$m_1$	Khối lượng con lắc
$m_2$	Khối lượng bánh xe
$\theta$	Góc lệch con lắc
$\phi$	Góc lệch bánh xe
$I_1$	Mô-men quán tính con lắc
$I_2$	Mô-men quán tính bánh xe
$g$	Giá tốc trọng trường
$T_r$	Mô-men điều khiển của động cơ DC

Tính toán theo (3), ta có được phương trình toán học của hệ như sau:

$$(m_1 L_1^2 + m_2 L_2^2 + I_1 + I_2) \ddot{\theta} + I_2 \ddot{\phi} - (m_1 L_1 + m_2 L_2) g \theta = 0 \quad (5)$$

$$I_2 (\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) = T_r \quad (6)$$

Thành lập phương trình biến trạng thái từ (5) và (6), phương trình toán học của hệ thống được mô tả với tín hiệu điều khiển là mô-men như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{b}{a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{b}{a} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/a \\ 0 \\ a+I_2 \\ aI_2 \end{bmatrix} T_r \quad (7)$$

Trong đó:

$$a = m_1 L_1^2 + m_2 L_2^2 + I_1; b = (m_1 L_1 + m_2 L_2) g \quad (8)$$

Để dễ dàng cho việc điều khiển động cơ DC, các tác giả chuyển đổi tín hiệu điều khiển từ mô-men sang điện áp. Mối quan hệ giữa điện áp cấp động cơ và mô-men tác động được mô tả thông qua tỉ số truyền động cơ như sau [7]:

$$V = L_m \frac{di}{dt} + R_m i + K_e \omega_m \quad (9)$$

$$T_m = K_t i \quad (10)$$

$$T_r = N_g T_m \quad (11)$$

**Bảng 2. Thông số của động cơ**

Thông số	Mô tả
$V$	Điện áp cấp cho động cơ
$K_e$	Hằng số mô-men động cơ
$\omega_m$	Tốc độ góc động cơ
$L_m$	Giá trị cuộn cảm động cơ
$R_m$	Giá trị điện trở động cơ
$i$	Dòng điện qua động cơ
$T_m$	Mô-men phát sinh của động cơ
$K_t$	Hằng số mô-men xoắn động cơ
$N_g$	Tỷ số truyền động cơ

Với giá trị cuộn cảm nhỏ hơn rất nhiều so với giá trị điện trở ( $L_m \ll R_m$ ), điện áp từ công thức (9) có thể được viết lại như sau:

$$V = R_m i + K_e \omega_m \quad (12)$$

Mối quan hệ giữa tốc độ động cơ và tốc độ vòng quay bánh xe như sau:

$$\begin{cases} \omega_r = \dot{\phi} \\ \omega_m = N_g \omega_r \end{cases} \quad (13)$$

Trong đó  $\omega_r$  là tốc độ góc bánh xe.

Từ (9)-(13), xác định được mối quan hệ giữa điện áp cấp cho động cơ và mô-men tác động động cơ như công thức sau:

$$T_r = \left[ N_g K_t (V - K_e N_g \dot{\phi}) \right] / R_m \quad (14)$$

Từ (7) và (14), mô hình toán học của hệ con lắc ngược hồi chuyển thăng bằng với một bánh xe được viết lại với tín hiệu điều khiển điện áp như sau:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} V \\ y = [1 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (15)$$

Trong đó:

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{b}{a}; \quad a_{24} = \frac{K_t K_e N_g^2}{a R_m}; \quad a_{41} = -\frac{b}{a}; \\ a_{44} &= -\left(\frac{a+I_2}{a l_2}\right) \left(\frac{K_t K_e N_g^2}{R_m}\right); \quad b_2 = -\frac{K_t N_g}{a R_m}; \\ b_4 &= \left(\frac{a+I_2}{a l_2}\right) \frac{K_t N_g}{R_m} \end{aligned} \quad (16)$$

Phương trình (15) với một ngõ vào là tín hiệu điều khiển (điện áp  $V$ ), ngõ ra gồm hai tín hiệu là góc lệch con lắc  $\theta$  và góc xoay bánh đà  $\phi$  thể hiện đặc trưng cho một hệ thống phi tuyến SIMO với một ngõ vào và hai ngõ ra.

### 3. GIẢI THUẬT ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU (LQR)

Với một hệ thống đã có phương trình toán học rõ ràng, đầy đủ thông số hệ thống và điểm làm việc cụ thể, có định, giải thuật điều khiển LQR là một phương pháp thông dụng. Với cấu trúc đơn giản, dễ tính toán (nhờ vào công cụ Matlab) và khả năng hiệu chỉnh đơn giản dựa vào ma trận trọng số, bộ điều khiển LQR thường được đề xuất cho điều khiển robot cân bằng. Và đây cũng là giải pháp cho hệ thống trong bài báo này.

Hệ thống được mô tả liên tục theo thời gian như sau (nếu xấp xỉ hệ thống ở sát vị trí cân bằng):

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (17)$$

Trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Q, R là ma trận trọng số:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \dots 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots q_n \end{bmatrix}, \quad R = r \quad (19)$$

Luật điều khiển hồi tiếp LQR được tính có dạng như sau:

$$u = -Kx \quad (20)$$

Trong đó, ma trận K được xác định thông qua việc chọn ma trận trọng số Q và R phù hợp, kết hợp với ma trận  $A_d$ ,  $B_d$  (được tính từ ma trận rời rạc mô tả hệ tại vị trí cân bằng). Để tìm ma trận K, sử dụng lệnh sau trên phần mềm Matlab:

$$K = dlqr(A_d, B_d, Q, R) \quad (21)$$

Thông qua khảo sát mô hình ở hình 2, ta xác định được thông số hệ thống như sau:

$$\begin{aligned} g &= 9.81(m/s^2); \quad m_1 = 0.87(Kg); \quad m_2 = 0.56(kg); \\ L_1 &= 0.085(m); \quad L_2 = 0.13(m); \quad K_t = 0.0649(Nm/A); \\ K_e &= 0.0649(Vs/rad); \quad N_g = 1; \quad R_m = 6.83(\Omega); \\ I_1 &= 0.0121(Kgm^2); \quad I_2 = 0.0012(Kgm^2) \end{aligned} \quad (22)$$



Hình 2. Mô hình con lắc bánh xe quán tính



Hình 3. Quá trình điều khiển mô hình thăng bằng

Với thông số ở (22), tính toán được ma trận A, B ở (18) tại điểm cân bằng, ta được

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 51.7229 & 0 & 0 & 0.0222 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -51.7229 & 0 & 0 & -0.5437 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.3413 \\ 0 \\ 8.3722 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Ma trận điều khiển  $[B \ AB \ A^2B \ A^3B]$  cùng với số biến trạng thái là 4 ( $rank(\tau) = 4$ ) nên hệ thống có thể điều khiển được.

Trong bài báo này, ngoài việc thiết kế mô phỏng hệ trên phần mềm Matlab/Simulink, nhóm tác giả còn xây dựng mô hình thực nghiệm được điều khiển thông qua CPU là vi xử lý họ STM. Do vậy, hệ thống từ phi tuyến liên tục theo thời gian sẽ được đưa về hệ thống rời rạc.

Ta chuyển ma trận A, B về dạng rời rạc tương ứng ma trận  $A_d, B_d$  và chọn ma trận trọng số như sau:

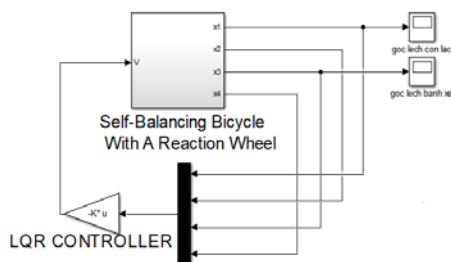
$$A_d = \begin{bmatrix} 1.0026 & 0.0100 & 0 & 0 \\ 0.5176 & 1.0026 & 0 & 0.0002 \\ -0.0026 & -0 & 1 & 0.0100 \\ -0.5163 & -0.0026 & 0 & 0.9946 \end{bmatrix}; B_d = \begin{bmatrix} -0 \\ -0.0034 \\ 0.0004 \\ 0.0835 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; R = 1 \quad (24)$$

Từ (21) và (24), ta có:

$$K = [-679.3304 \ -95.5979 \ -0.8913 \ -1.3181] \quad (25)$$

Như vậy, luật điều khiển đối tượng theo giải thuật LQR được xác định như công thức (20)



**Hình 4.** Sơ đồ điều khiển LQR cho hệ con lắc ngược bánh xe quán tính

#### 4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG VÀ THỰC NGHIỆM

Với cơ cấu chấp hành là bánh xe điều khiển, việc điều khiển vị trí con lắc ở vị trí thẳng đứng (lệch góc 0 độ so với phương thẳng đứng) bất kể bị tác động từ bên ngoài lên con lắc được quan tâm nhiều hơn. Ma trận Q (ở (22)), với thành phần  $q_{11}$  đặc trưng cho góc lệch con lắc. Theo lý thuyết, để tăng khả năng đáp ứng ổn định cho góc lệch con lắc, ta sẽ tăng giá trị  $q_{11}$  tương ứng với nó. Tuy nhiên, việc tăng quá lớn sẽ khiến các thành phần khác góc bánh xe, vận tốc góc bánh xe không được tập trung, gây mất ổn định cho hệ thống. Vì vậy, việc tăng  $q_{11}$  cần được lựa chọn một cách hợp lý. Sau nhiều lần thí nghiệm kiểm định, nhóm tác giả đã chọn được hai kết quả ứng với hai bộ điều khiển LQR để so sánh:

Với bộ điều khiển LQR1:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; R_1 = 1 \quad (26)$$

Kết quả với bộ điều khiển LQR1 ứng với:

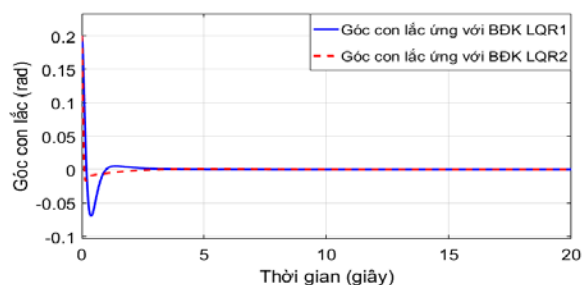
$$K_1 = [-679.3304 \ -95.5979 \ -0.8913 \ -1.3181] \quad (27)$$

Với bộ điều khiển LQR2:

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; R_2 = 1 \quad (28)$$

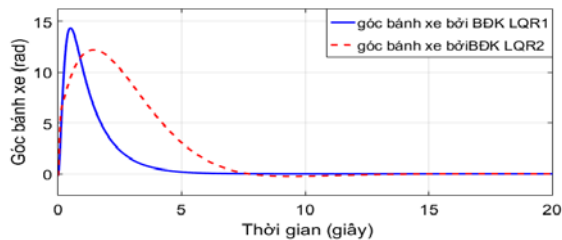
Kết quả với bộ điều khiển LQR2 ứng với:

$$K_2 = [-2780.7 \ -177.0 \ -0.8 \ -2.1] \quad (29)$$



**Hình 5.** Kết quả mô phỏng đáp ứng góc con lắc

Kết quả mô phỏng với góc lệch ban đầu của con lắc là 0.2 (rad). Sau khoảng thời gian 2.5s, hệ thống ổn định với góc lệch con lắc là 0(rad). Tỷ lệ độ vọt lố giữa BDK LQR2 và BDK LQR1 :  $POT_2 \approx 18.45\% POT_1$ .

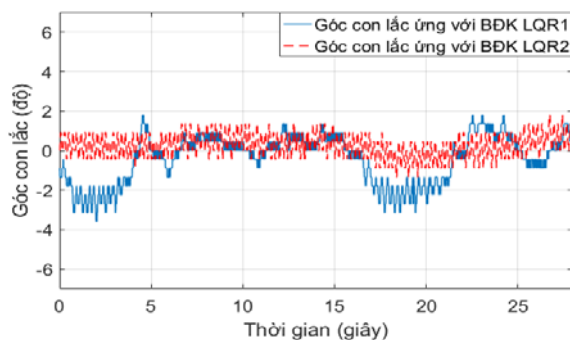


**Hình 6.** Kết quả mô phỏng đáp ứng góc bánh xe

Kết quả mô phỏng với góc lệch ban đầu của bánh xe là -0.1 (rad). Sau thời gian 2.5s thì hệ thống ổn định với góc lệch bánh xe là 0(rad), với tỷ lệ độ vọt lố giữa BDK LQR2 và BDK LQR1:  $POT_2 \approx 89.29\% POT_1$ .

Để mà hệ thống ổn định (con lắc thẳng đứng), bánh xe phải được điều khiển tiến về 0 (rad) ứng với trạng thái cân bằng khi hệ đứng yên. Việc điều khiển bánh xe có ý nghĩa trong việc ứng dụng vào điều khiển thăng bằng cho xe đạp, xe máy. Lúc này, thân xe đạp và xe máy được xem như thân con lắc. Việc điều khiển góc bánh xe (bánh đà) phía trên sẽ giúp kiểm soát trạng thái thăng bằng của các phương tiện nêu trên.

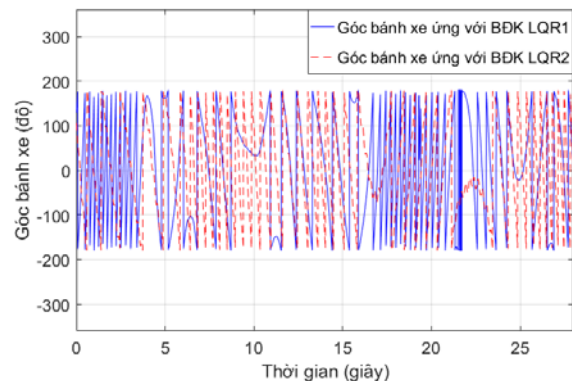
Việc điều khiển thực tế mô hình được thực hiện theo hệ thống rời rạc bởi CPU điều khiển là board STM32F407VG với thời gian trễ là  $t_1 - t_0 = 0.01s$ .



**Hình 7.** Kết quả thực tế đáp ứng góc con lắc

Quá trình thu thập số liệu đáp ứng từ mô hình được thực hiện trong 28s, kết quả cho

thấy đáp ứng góc lệch con lắc ở BDK LQR1 tốt hơn so với BDK LQR2 như kết quả mô phỏng lý thuyết.



**Hình 8.** Kết quả thực tế đáp ứng góc bánh xe.

Cả 2 bộ điều khiển LQR đều cho kết quả bánh xe điều khiển thay đổi liên tục từ  $-180^\circ$  đến  $180^\circ$  để giữ cho con lắc ở vị trí thẳng đứng cho dù có ngoại lực tác động. Điều này khác với mô phỏng ở Hình 6. Điều này được lý giải như sau:

- Thanh con lắc quá lớn ( $L_2$  ở Hình 1) dẫn tới việc bánh xe phải quay góc lớn hơn để tại mô-men đủ lớn để hiệu chỉnh một lượng nhỏ góc lệch  $\theta$ . Do đó, góc lệch  $\phi$  trở nên nhạy hơn nên phải dao động nhiều hơn để giữ được cân bằng cho  $\theta$ . Tuy nhiên, điều này cũng cho thấy độ bền vững của bộ điều khiển LQR khi đáng lẽ theo lý thuyết, nó chỉ đảm bảo ổn định khi biến trạng thái hệ thống dao động quanh vị trí cân bằng. Tuy nhiên, với độ lệch cao của góc quay bánh xe, nhưng hệ thống vẫn ổn định tốt.
- Thay vì ổn định về 0 thì tồn tại dao động của  $\phi$ . Điều này là do độ phân giải của encoder đo góc  $\theta$  có độ phân giải còn thấp (khoảng 1 độ) nên tín hiệu hồi tiếp về còn có sai số, dẫn tới sự sai lệch ở tín hiệu điều khiển ngõ ra, gây ra dao động để hiệu chỉnh liên tục hệ thống.

## 5. KẾT LUẬN

Kết quả điều khiển hệ con lắc hồi chuyển thăng bằng với một bánh xe được thực hiện bởi bộ điều khiển tối ưu LQR đạt

được đáp ứng tốt cho góc lệch con lắc. Cơ cấu chấp hành là bánh xe điều khiển thay đổi liên tục với tốc độ khá tốt nhằm đáp ứng sự ổn định cho hệ thống.

Thông qua việc tinh chỉnh các thông số thành phần của ma trận trọng số Q và R, ta sẽ đạt được đáp ứng mong muốn tương ứng với các thành phần biến trạng thái cần điều khiển tương ứng.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Deep Ray, Ritesh Kumar, Praveen. C, Mythily Ramaswamy, J.-P. Raymond, *Linear control of inverted pendulum*, IFCAM Summer School on Numerics and Control of PDE, 2013.
- [2] Zulhisyam Salleh, Ahmad Nasharuddin A. Rashid, Fizatul A. Patakor, *Ball And Beam Educational Tool of Advanced Control System Laboratory*, December 2013.
- [3] Emmanouil Kourtikakis, Emmanouil Kapellakis, John Fasoulas, and Michael Sfakiotakis, *An Embedded Controller for the Pendubot*, September 2016.
- [4] Karl J. Astrom, Daniel J. Block, Mark W. Spong, *The Reaction Wheel Pendulum*, Morgan & Claypool Publishers, Synthesis Lectures on Controls and Mechatronics, 2010.
- [5] Hyun Woo Kim, Jae Won An, Hang Dong Yoo, Jang Myung Lee, *Balancing Control of Bicycle Robot Using PID Control*, ICCAS, 2013.
- [6] Víctor Daniel Correa-Ramírez, Didier GiraldoBuitrago y Andrés Escobar-Mejía, *Fuzzy control of an inverted pendulum Driven by a reaction wheel using a trajectory tracking scheme*, TecnoLógicas, ISSN 0123-7799 - ISSN-e 2256-5337, Vol. 20, No. 39, mayo - agosto de 2017.
- [7] Kiattisin Kanjanawanishkul, *LQR and MPC controller design and comparison for a stationary self-balancing bicycle robot with a reaction wheel*, Kybernetika, Vol. 51, No. 1, 173-191, 2015.
- [8] Scott C. Brown, Kevin M. Passino, *Intelligent Control for an Acrobot*, Journal of Intelligent and Robotic System, Vol. 18, pp. 209-248, 1997.

**Tác giả chịu trách nhiệm bài viết:**

Trần Hoàng Chinh

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP.HCM

Email: 13142021@student.hcmute.edu.vn