

# THIẾT KẾ BỘ TRUYỀN BÁNH RĂNG KHÔNG TRÒN ẮN KHỚP TRONG BIÊN DẠNG XYCLOÍT CẢI TIẾN

## DESIGN OF INTERNAL NON-CIRCULAR GEAR- TRAIN WITH IMPROVED CYCLOID PROFILE

Nguyễn Hoàng Việt<sup>1</sup>, Nguyễn Thùy Dương<sup>1</sup>,  
Nguyễn Thành Trung<sup>1,2</sup>, Nguyễn Hồng Thái<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, Hà Nội, Việt Nam

<sup>2</sup>Viện Nghiên cứu Cơ khí, Bộ Công thương, Hà Nội, Việt Nam

Ngày toà soạn nhận bài 30/11/2019, ngày phản biện đánh giá 10/3/2020, ngày chấp nhận đăng 10/7/2020

### TÓM TẮT

Đường xyclôit cải tiến được hình thành từ một điểm cố định trên một elíp lăn, khi elíp này lăn không trượt trên một đường tròn tâm tích bánh răng, được đề xuất ứng dụng trong thiết kế biên dạng của roto của một loại bơm Lobe trong những năm gần đây. Tuy nhiên, cho đến ngày này chưa có nghiên cứu nào sử dụng đường cong này để thiết kế biên dạng răng của bánh răng không tròn. Bài báo này trình bày phương pháp thiết kế biên dạng răng của cặp bánh răng không tròn sử dụng đường xyclôit cải tiến để tạo ra một hàm tỷ số truyền biến đổi. Các tác giả cũng tiến hành thiết lập phương trình biên dạng răng của một bánh răng trụ tròn lệch tâm bằng đường xyclôit cải tiến. Trên cơ sở đó tiến hành tạo hình biên dạng răng của bánh răng không tròn ăn khớp đối tiếp với bánh răng trụ tròn lệch tâm dựa trên định lý ăn khớp đối tiếp để tạo thành cặp bánh răng không tròn ăn khớp trong biên dạng xyclôit cải tiến.

**Từ khóa:** Bánh răng không tròn; Đường cong xyclôit cải tiến; Đường lăn; Cắt lẹm chân răng; Biên dạng răng.

### ABSTRACT

An improved cycloid is formed from a fixed point on an ellipse when it rolls without slipping on the pitch circle gear, which is proposed for the rotor design of a Lobe pump in recent years. Hitherto, there have been no works using this curve to design the tooth profile of a non-circular gear. This paper presents the method to design a pair of non-circular gears using the improved cycloid as the tooth profile to create a variable gear ratio function. The authors also set up this tooth profile for an eccentric circular gear. On this basis, the tooth profile of the mating non-circular gear with the eccentric circular gear is shaped based on the meshing condition of the gearing theory to form internal non-circular gears.

**Keywords:** Non-circular gear; improved cycloid curve; Centroides; Tooth undercutting; Gear Profile.

### 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Biên dạng xyclôit cải tiến lần đầu tiên được đề xuất bởi Hsieh năm 2015 [1] trong việc ứng dụng thiết kế biên dạng roto của một loại bơm thủy lực thể tích bánh răng ăn khớp ngoài kiểu Lobe. Tuy nhiên, đối với bánh răng không tròn (BRKT) cho đến thời điểm hiện tại hầu hết các nghiên cứu ngoài nước đều tập trung vào nghiên cứu, tạo hình các loại BRKT có biên dạng răng là đường

thân khai của đường tròn với nhiều phương pháp khác nhau trong đó phải kể đến ba hướng nghiên cứu chính: (1) Tạo hình biên dạng bằng dao thanh răng tiêu chuẩn với phương pháp đường tròn tương đương [2-4]; (2) Tạo hình biên dạng răng của bánh răng đối tiếp bằng bánh răng sinh [5, 6]; (3) Các phương pháp gia công biên dạng BRKT như: (i) Gia công bằng phương pháp hiện đại như

tia lửa điện [7], (ii) gia công bằng thanh dao phay trục vít trên máy phay lăn răng [8], (iii) gia công bằng dao thanh răng sinh bằng phương pháp xọc răng [9] v.v... Về vấn đề xác định điều kiện tránh cắt lẹm chân răng thường có hai phương pháp nghiên cứu đó là: (1) dựa vào định thức được đề xuất bởi Litvin để đưa ra điều kiện tránh cắt lẹm chân răng [10, 11]; (2) dựa vào định lý đối tiếp để xác định điều kiện cắt lẹm chân răng [12], nhưng về cơ bản hai phương pháp này cùng cho ra một kết quả. Ngoài ra, còn có Li và cộng sự [13] đề xuất đưa ra phương pháp số để tạo hình biên dạng cho các BRKT có đường lăn phức tạp dựa trên ý tưởng cho đường chia của dao thanh răng tiêu chuẩn lăn không trượt trên đường lăn của BRKT và kết quả là biên dạng răng của BRKT được hình thành từ các vết để lại của dao thanh răng thông qua bao hình. Qua đó, có thể thấy các nghiên cứu ngoài nước với nhiều phương pháp và hướng nghiên cứu khác nhau nhằm tạo hình biên dạng răng của BRKT nhưng hầu hết vẫn tập trung vào ứng dụng đường thân khai của đường tròn làm biên dạng răng của BRKT và việc ứng dụng các đường cong mới là vẫn cần thiết để cho ra các thiết kế mới. Với mục đích đó trong nghiên cứu này, các tác giả ứng dụng đường cong xyclôit cải tiến trong việc thiết kế biên dạng của cặp BRKT ăn khớp trong để tạo ra hàm truyền biến đổi theo một quy luật xác định. Để giải quyết vấn đề này nội dung bài báo trình bày các vấn đề chính:

i) Ứng dụng đường xyclôit cải tiến của Hsieh [1] để tạo hình biên dạng của bánh răng trụ tròn lệch tâm.

ii) Dùng bánh răng trụ tròn lệch tâm để làm bánh răng sinh tạo hình biên dạng răng của BRKT đối tiếp theo một quy luật hàm truyền.

iii) Xác định điều kiện tránh cắt lẹm cho biên dạng mới.

## 2. BÁNH RĂNG TRỤ TRÒN LỆCH TÂM BIÊN DẠNG XYCLOÍT CẢI TIẾN

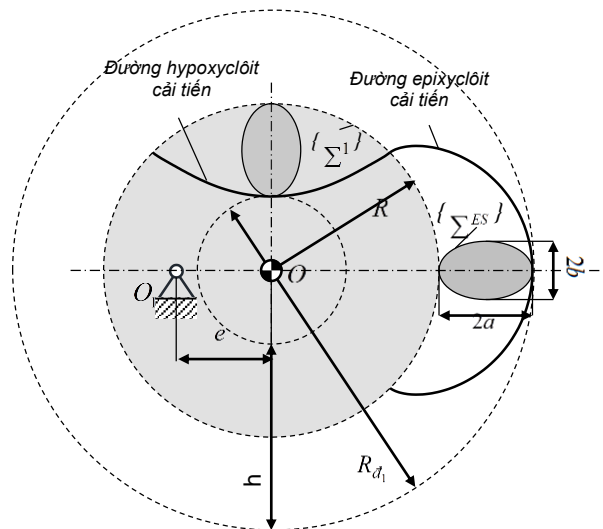
### 2.1 Đường cong xyclôit cải tiến

Theo [1, 14, 15] đường cong xyclôit cải tiến được hình thành trên cơ sở quỹ tích của một điểm K cố định trên elíp sinh  $\{\Sigma^{ES}\}$  khi

elíp này lăn không trượt trên đường tròn tâm tích bánh răng  $\{\Sigma^1\}$  như được mô tả trên (hình 1).

Như vậy, nếu lấy đường tròn tâm tích làm đường lăn  $\{\Sigma^1\}$  của bánh răng trụ tròn khi đó: (i) Nếu  $\{\Sigma^{ES}\}$  lăn không trượt phía ngoài  $\{\Sigma^1\}$  thì hình thành biên dạng vùng đỉnh răng của bánh răng trụ tròn (đường epixyclôit cải tiến); (ii) Nếu  $\{\Sigma^{ES}\}$  lăn không trượt phía trong  $\{\Sigma^1\}$  thì hình thành biên dạng vùng chân răng của bánh răng trụ tròn (đường hypoxyclôit cải tiến) (hình 1).

### 2.2 Phương trình biên dạng bánh răng



Hình 1. Đường cong xyclôit cải tiến

Với biên dạng được mô tả như trên, theo [14] phương trình biên dạng bánh răng  $\Gamma_1$  khi xét tại tâm quay  $O$  của đường tròn tâm tích  $\{\Sigma^1\}$  (hình 1) được cho bởi:

$$\mathbf{r}_K(\theta, \varphi, \psi) = \begin{bmatrix} (-1)^s a(1 - \cos\psi) \cos\gamma + (-1)^s b \sin\psi \sin\psi + R \cos\theta \\ -a(1 - \cos\psi) \sin\gamma - b \cos\psi \sin\psi + R \sin\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

Trong đó:  $s=1$  khi  $\Gamma_1$  là đường epixyclôit và  $s=0$  khi  $\Gamma_1$  là đường hypoxyclôit;  $R$  là bán kính của  $\{\Sigma^1\}$ ;  $a, b$  lần lượt là bán trục lớn và bán trục nhỏ của elíp sinh  $\{\Sigma^{ES}\}$ ; các tham số  $\gamma, \theta, \varphi$  được cho bởi:

$$\gamma(\psi) = \varphi(\psi) + \theta(\psi)$$

$$\varphi(\psi) = \tan^{-1} \left( \frac{\partial x^E(\psi) / \partial \psi}{\partial y^E(\psi) / \partial \psi} \right)$$

$$\theta(\psi) = \frac{1}{R} \int_0^\theta \left( \left( \frac{\partial x^E(\psi)}{\partial \psi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y^E(\psi)}{\partial \psi} \right)^2 \right)^{0.5} d\psi$$

còn  $\psi$  là góc cực của  $\{\Sigma^{ES}\}$ .

Trong trường hợp bánh răng trụ tròn lệch tâm có tâm quay tại  $O_1$  lệch tâm so với  $O$  một đoạn  $e$  (hình 1) thì phương trình biên dạng bánh răng  $\Gamma_1$  xét tại tâm quay  $O_1$  được cho bởi:

$$\mathbf{r}_{K_1}(\theta, \varphi, \psi) = \mathbf{r}_K(\theta, \varphi, \psi) - [e \ 0]^T \quad (2)$$

### 2.3 Phân bố số răng trên bánh răng trụ tròn lệch tâm

Nếu gọi  $w_1$  là bước răng trên đường lăn  $\{\Sigma^1\}$  của bánh răng 1, do biên dạng vùng đỉnh răng của bánh răng được hình thành bởi chuyển động lăn không trượt của  $\{\Sigma^{ES}\}$  phía ngoài  $\{\Sigma^1\}$  và biên dạng vùng chân răng của bánh răng được tạo hình bởi chuyển động lăn không trượt của  $\{\Sigma^{ES}\}$  phía trong  $\{\Sigma^1\}$ , khi đó  $w_1$  được cho bởi:

$$w_1 = t_1 + s_1 = 2C^{ES} \quad (3)$$

$$\text{và } t_1 = s_1 = C^{ES} \quad (4)$$

Trong đó:  $t_1, s_1$  lần lượt là chiều dày răng và rãnh răng của bánh răng 1 trên  $\{\Sigma^1\}$ ;  $C^{ES}$  là chu vi của elíp sinh.

Như vậy, chu vi  $C^1$  của  $\{\Sigma^1\}$  được cho bởi:

$$C^1 = z_1 w_1 = 2\pi R \quad (5)$$

Thay (5) vào (3) ta có mối quan hệ giữa  $z_1, R, C^{ES}$ :

$$z_1 = \frac{\pi R}{C^{ES}} \quad (6)$$

Phương trình (6) xác định số răng trên BRKT với điều kiện số răng  $z$  là số nguyên dương.

## 3. THIẾT KẾ BÁNH RĂNG KHÔNG TRÒN BIÊN DẠNG XYCLOÍT CẢI TIẾN ĐƯỢC HÌNH THÀNH TỪ BÁNH RĂNG TRỤ TRÒN LỆCH TÂM

### 3.1 Thiết kế đường lăn của cặp bánh răng không tròn ăn khớp trong

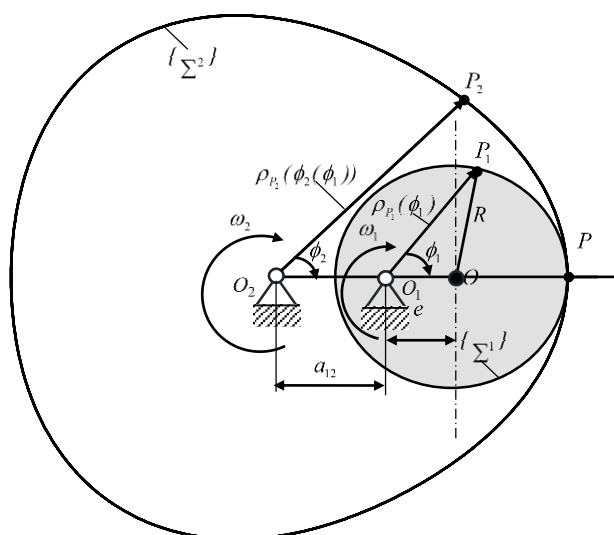
Nếu gọi  $\{\Sigma^2\}$  là đường lăn của BRKT 2 đối tiếp với  $\{\Sigma^1\}$ ;  $\rho_{P_1}(\phi_1)$  là bán kính cực của điểm  $P_1 \in \{\Sigma^1\}$  theo tham số góc cực  $\phi_1$ ;  $\rho_{P_2}(\phi_2(\phi_1))$  là bán kính cực của điểm  $P_2 \in \{\Sigma^2\}$  theo tham số góc cực  $\phi_2(\phi_1)$  và coi  $\phi_1, \phi_2(\phi_1)$  là góc quay của của bánh răng 1 quanh  $O_1$  và bánh răng 2 quanh  $O_2$  để đưa điểm  $P_1 \in \{\Sigma^1\}$  và điểm  $P_2 \in \{\Sigma^2\}$  về trùng với tâm ăn khớp  $P$ .

Từ (hình 2) và [16] ta có:

$$\rho_{P_1}(\phi_1) = (R^2 - e^2 \sin^2 \phi_1)^{0.5} - e \cos \phi_1 \quad (7)$$

Theo [17] vì  $\{\Sigma^1\}$  và  $\{\Sigma^2\}$  lăn không trượt trên nhau. Do đó, ta có thông số thiết kế đường lăn  $\{\Sigma^2\}$  được cho bởi:

$$\begin{cases} \rho_{P_2}(\phi_2(\phi_1)) = a_{12} + \rho_{P_1}(\phi_1) \\ \phi_2(\phi_1) = \int_0^{\phi_1} \frac{\rho_{P_1}(\phi_1)}{a_{12} + \rho_{P_1}(\phi_1)} \end{cases} \quad (8)$$



Hình 2. Đường lăn của cặp BRKT

Như vậy, tỷ số truyền của cặp bánh răng:

$$i_{12}(\phi_1) = \frac{\rho_{P_2}(\phi_2(\phi_1))}{\rho_{P_1}(\phi_1)} = \frac{a_{12} + (R^2 - e^2 \sin^2 \phi_1)^{0.5} - e \cos \phi_1}{(R^2 - e^2 \sin^2 \phi_1)^{0.5} - e \cos \phi_1} \quad (9)$$

Từ (9) và điều kiện lăn không trượt của  $\{\Sigma^1\}$  và  $\{\Sigma^2\}$  trên nhau, khi bánh răng 2 quay hết một vòng thì bánh răng 1 quay hết  $n_1$  vòng ta có:

$$2\pi = n_1 \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - e^2 \sin^2 \phi_1)^{0.5} - e \cos \phi_1}{a_{12} + (R^2 - e^2 \sin^2 \phi_1)^{0.5} - e \cos \phi_1} d\phi_1 \quad (10)$$

Áp dụng tích phân số của Litvin (1968) [12] giải phương trình (10) ta có khoảng cách trục  $a_{12}(n_1, R, e)$  của cặp bánh răng:

$$a_{12} = R(n_1 - 1) \left( 1 + \frac{(n_1 - 12)(e/R)^2}{4n_1} \right) \quad (11)$$

### 3.2 Thiết kế biên dạng răng của bánh răng không tròn

#### a) Số răng của bánh răng không tròn

Mặt khác, cũng từ điều kiện lăn không trượt của  $\{\Sigma^1\}$  và  $\{\Sigma^2\}$  trên nhau, khi bánh răng 2 quay hết một vòng thì bánh răng 1 quay hết  $n_1$  vòng hay chu vi  $C^2$  của BRKT 2 bằng  $n_1$  lần chu vi  $C^1$  của bánh răng 1:

$$C^2 = n_1 C^1 \quad (12)$$

Nếu gọi  $w_2$  là bước răng trên đường lăn  $\{\Sigma^2\}$  của BRKT 2, từ phương trình (5) ta có:

$$z_2 w_2 = n_1 z_1 w_1 \quad (13)$$

Mặt khác, theo điều kiện ăn khớp khít của lý thuyết bánh răng bước trên vòng lăn của hai bánh răng phải bằng nhau  $w_1 = w_2$ , đồng thời  $t_1 = s_1 = t_2 = s_2$  để thỏa mãn điều kiện ăn khớp đúng với  $t_2, s_2$  lần lượt là chiều dày răng và rãnh răng của bánh răng 2 trên  $\{\Sigma^2\}$ , do đó:

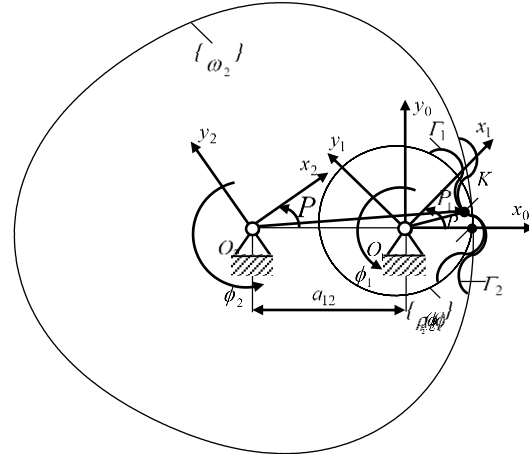
$$z_2 = n_1 z_1 \quad (14)$$

Phương trình (14) là công thức xác định số răng của BRKT 2 theo số răng của bánh răng 1.

#### b) Phương trình biên dạng răng của bánh răng không tròn

Để thiết lập mô hình toán học mô tả biên dạng răng  $\{\Gamma_2\}$  ăn khớp đôi tiếp với biên dạng răng  $\{\Gamma_1\}$  của bánh răng 1 ta coi bánh

răng 1 là bánh răng sinh ăn khớp đôi tiếp với BRKT 2 và gọi:  $\mathcal{G}_0\{O_0, x_0, y_0\}$  là hệ quy chiếu cố định gắn liền với giá,  $\mathcal{G}_1\{O_1, x_1, y_1\}$  là hệ quy chiếu động gắn trên bánh răng 1,  $\mathcal{G}_2\{O_2, x_2, y_2\}$  là hệ quy chiếu động gắn trên BRKT 2 các tham số còn lại cho trên hình 3.



**Hình 3.** Mô hình quá trình ăn khớp của cặp BRKT

Từ hình 3 phương trình giải tích mô tả biên dạng răng biên dạng răng  $\{\Gamma_2\}$  ăn khớp đôi tiếp với biên dạng răng  $\{\Gamma_1\}$  của bánh răng 1 tại điểm ăn khớp K được cho bởi:

$$\mathbf{r}_{K_2} = {}^2\mathbf{M}_0 {}^0\mathbf{M}_1 \mathbf{r}_{K_1} \quad (15)$$

Trong đó:

$${}^2\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} \cos \phi_2(\phi_1) & -\sin \phi_2(\phi_1) & -a_{12} \\ \sin \phi_2(\phi_1) & \cos \phi_2(\phi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & 0 \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Thay (1) vào (15) sau khi biến đổi ta có:

$$\mathbf{r}_{K_2} = \begin{bmatrix} x_{K_1} \cos(\phi_2 - \phi_1) - y_{K_1} \sin(\phi_2 - \phi_1) + a_{12} \cos \phi_2 \\ x_{K_1} \sin(\phi_2 - \phi_1) + y_{K_1} \cos(\phi_2 - \phi_1) + a_{12} \sin \phi_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Trong phương trình (16):

+ Mỗi quan hệ giữa  $\phi_2$  và  $\phi_1$  được xác định bởi:

$$\phi_2(\phi_1) = \int_0^{\phi_1} i_{21}(\phi_1) d\phi_1 \quad (17)$$

+ Mỗi quan hệ giữa thông số động học  $\phi_1$  và thông số hình học  $\theta$  được xác định thông qua điều kiện đối tiếp [12]:

$$\mathbf{n}^{(1)} \mathbf{v}_{12} = 0 \quad (18)$$

Trong đó:

$\mathbf{n}$  là véc tơ pháp tuyến chung của cặp biên dạng đối tiếp  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$  tại  $K$ , còn  $^{(1)}\mathbf{v}_{12}$  là vận tốc trượt tương đối giữa  $K_2 \in \Gamma_2$  và  $K_1 \in \Gamma_1$  tại điểm ăn khớp  $K$ , khi  $\Gamma_2$  và  $\Gamma_1$  vừa lăn vừa trượt tương đối với nhau. Véc tơ  $\mathbf{n}$  được cho bởi:

$$\mathbf{n} = \frac{\partial \mathbf{r}_{K_1}(\theta)}{\partial \theta} \times \mathbf{k} \quad (19)$$

Với  $\mathbf{k} = [0 \ 0 \ 1]^T$

Còn  $^{(1)}\mathbf{v}_{12}$  được cho bởi:

$$^{(1)}\mathbf{v}_{12} = (^{(1)}\boldsymbol{\omega}_1 - ^{(2)}\boldsymbol{\omega}_1) \times \mathbf{r}_{K_1} - (\mathbf{a}_{12} \times ^{(2)}\boldsymbol{\omega}_1) \quad (20)$$

Trong đó:

$$^{(1)}\boldsymbol{\omega}_1 = \left[ 0 \ 0 \ \frac{d\phi_1}{dt} \right]^T = \left[ 0 \ 0 \ \omega^{(1)} \right]^T$$

$$^{(2)}\boldsymbol{\omega}_1 = \left[ 0 \ 0 \ \frac{d\phi_2}{dt} \right]^T = \left[ 0 \ 0 \ \omega^{(2)} \right]^T$$

$$\mathbf{a}_{12} = [\mathbf{a}_{12} \cos \phi_1 \ \mathbf{a}_{12} \sin \phi_1 \ 0]^T$$

Sau khi biến đổi  $^{(1)}\mathbf{v}_{12}$  được cho bởi:

$$^{(1)}\mathbf{v}_{12} = \omega_1 \begin{bmatrix} (1 + i_{21}(\phi_1))y_{K_1}(\phi_1) - a_{12}i_{21}(\phi_1) \sin \phi_1 \\ (1 + i_{21}(\phi_1))x_{K_1}(\phi_1) + a_{12}i_{21}(\phi_1) \cos \phi_1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Thay (19, 21) vào công thức (18) và rút gọn ta có:

$$f(\theta, \phi_1) = (y'_{K_1}(\theta)y_{K_1}(\theta) + x'_{K_1}(\theta)x_{K_1}(\theta) + (y'_{K_1}(\theta)\sin \phi_1 + x'_{K_1}(\theta)\cos \phi_1)\rho_{K_1}(\theta) = 0 \quad (22)$$

Giải phương trình (22) ta xác định được mối quan hệ  $\phi_1$  và  $\theta$ .

### 3.3 Điều kiện tránh cắt lẹm chân răng

Để đảm bảo điều kiện tránh cắt lẹm chân răng sau khi phân bố số răng trên các bánh răng [12] thì:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x_{K_1}(\theta)}{\partial \theta} & -v_{12x} \\ \frac{\partial f(\theta, \phi_1)}{\partial \theta} & -\frac{\partial f(\theta, \phi_1)}{\partial \theta} \frac{d\phi_1}{dt} \end{array} \right| = 0 \\ \Delta_2 = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial y_{K_1}(\theta)}{\partial \theta} & -v_{12y} \\ \frac{\partial f(\theta, \phi_1)}{\partial \theta} & -\frac{\partial f(\theta, \phi_1)}{\partial \theta} \frac{d\phi_1}{dt} \end{array} \right| = 0 \end{array} \right. \quad (23)$$

Thay công thức (21, 22) vào (23) và biến đổi ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = A_1 + B_1 C_1 = 0 \\ \Delta_2 = A_2 - B_1 C_1 = 0 \end{array} \right. \quad (24)$$

Với:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = -\frac{\rho_{K_1} x'_{K_1}}{\rho_{K_2}} (-\rho'_{K_1} (y'_{K_1} \sin \phi_1 + x'_{K_1} \cos \phi_1) - \rho_{K_1} (y'_{K_1} \cos \phi_1 - x'_{K_1} \sin \phi_1)) \\ B_1 = \left( 1 - \frac{\rho_{K_1}}{\rho_{K_2}} \right) y_{K_1} + a_{12} \frac{\rho_{K_1}}{\rho_{K_2}} \sin \phi_1 \\ C_1 = y''_{K_1} y_{K_1} + y'^2_{K_1} + x''_{K_1} x_{K_1} + x'^2_{K_1} - \rho_{K_1} (y''_{K_1} \sin \phi_1 + x''_{K_1} \cos \phi_1) \\ A_2 = \frac{\rho_{K_1} y'_{K_1}}{\rho_{K_2}} (-\rho'_{K_1} (y'_{K_1} \sin \phi_1 + x'_{K_1} \cos \phi_1) - \rho_{K_1} (y'_{K_1} \cos \phi_1 - x'_{K_1} \sin \phi_1)) \\ \rho_{K_1} = \sqrt{\mathbf{r}_{K_1}^T \mathbf{r}_{K_1}} \\ \rho_{K_2} = \sqrt{\mathbf{r}_{K_2}^T \mathbf{r}_{K_2}} \end{array} \right.$$

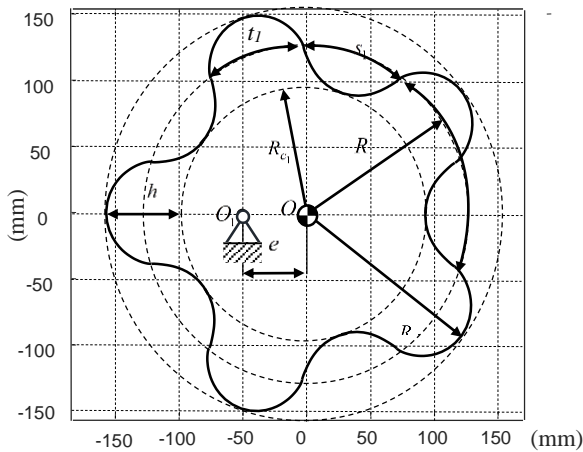
Như vậy, bộ tham số thiết kế cặp BRKT phải thỏa mãn hệ phương trình (24), nếu không thỏa mãn thì cần phải hiệu chỉnh lại số răng trên các bánh răng của cặp BRKT hoặc phải thiết kế lại đường lăn để vẫn đảm bảo tỷ số truyền của hệ BRKT.

## 4. THIẾT KẾ THỬ NGHIỆM

**Trường hợp 1:** Phân bố số răng cho bánh răng 1 có thông số bán kính đường tròn lăn  $R=127.43$  mm, elíp sinh có thông số  $a = 15$  mm,  $b = 10$  mm. Thông số thiết kế của bánh răng trụ tròn lệch tâm được cho bởi bảng 1 dưới đây còn hình 4 là biên dạng thiết kế của bánh răng.

**Bảng 1.** Thông số thiết kế của bánh răng trụ tròn lệch tâm biên dạng xyclôit cải tiến

STT	Tên gọi	Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị
1	Bước răng trên đường lăn 1	$w_1$	153.9	mm
2	Rãnh răng trên đường lăn 1	$s_1$	76.95	mm
3	Chiều rộng răng trên đường lăn 1	$t_1$	76.95	mm
4	Bán kính đỉnh răng	$R_{d1}$	157.4	mm
5	Bán kính chân răng	$R_{c1}$	97.4	mm
6	Chiều cao răng	$h$	60	mm

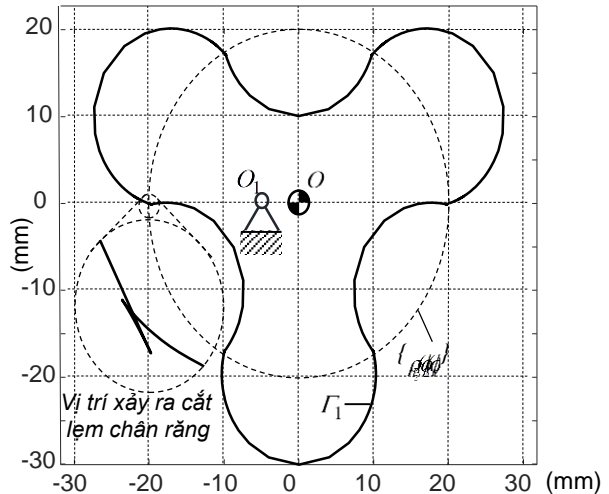


**Hình 4.** Bản thiết kế bánh răng trụ tròn lệch tâm biên dạng xyclôit cải tiến

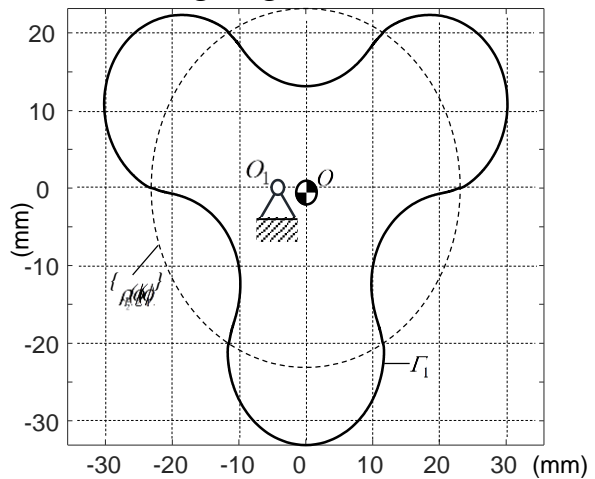
**Trường hợp 2:** Hiệu chỉnh thông số elíp sinh theo điều kiện cắt lẹm chân răng cho bánh răng 1 có thông số bán kính đường tròn lăn  $R = 23.12$  mm. Thông số thiết kế của elíp sinh được cho bởi bảng 2 dưới đây, còn hình 5 là biên dạng của bánh răng trước khi điều chỉnh và sau khi điều chỉnh thông số elíp lăn theo điều kiện cắt lẹm chân răng.

**Bảng 2** Thông số hiệu chỉnh đường elíp sinh

Trước khi hiệu chỉnh		Sau khi hiệu chỉnh	
$a$ (mm)	$b$ (mm)	$a$ (mm)	$b$ (mm)
5	1	5	2.5



a) Biên dạng răng của BRKT bị cắt lẹm



b) Biên dạng răng của BRKT sau hiệu chỉnh

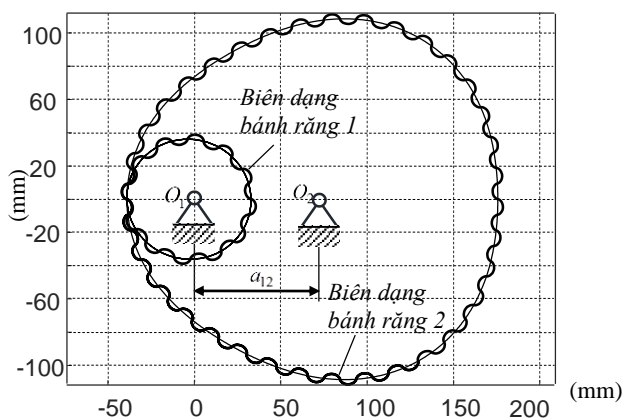
**Hình 5.** Biên dạng răng của bánh răng tròn lệch tâm trường hợp bị cắt lẹm chân răng

**Trường hợp 3: Thiết kế cặp bánh răng không tròn**

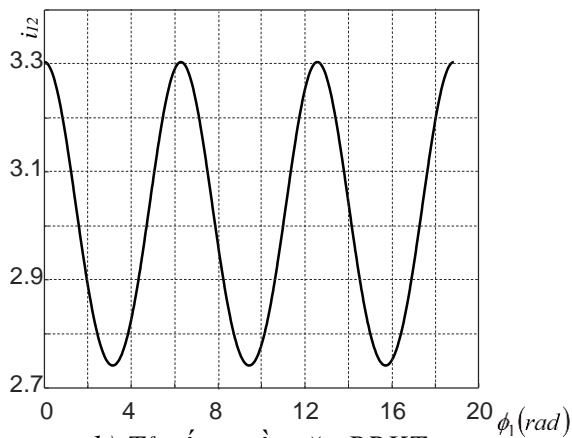
Trên cơ sở phương pháp luận và mô hình toán học mà chúng tôi đã trình bày ở trên, một cặp BRKT ăn khớp trong được thiết kế với bộ thông số thiết kế của cặp BRKT được cho trong bảng 3 dưới đây, hình 6a là biên dạng cặp BRKT sau khi lập trình tính toán, còn hình 6c là kết quả kiểm tra điều kiện cắt lẹm chân răng của bánh răng tròn lệch tâm 1 cho thấy  $\Delta_1^2 + \Delta_2^2 \neq 0$  với mọi giá trị  $\phi_1$  hay bánh răng 1 không bị cắt lẹm chân răng.

**Bảng 3.** Bảng thông số thiết kế cặp BRKT biên dạng xyclôit cải tiến

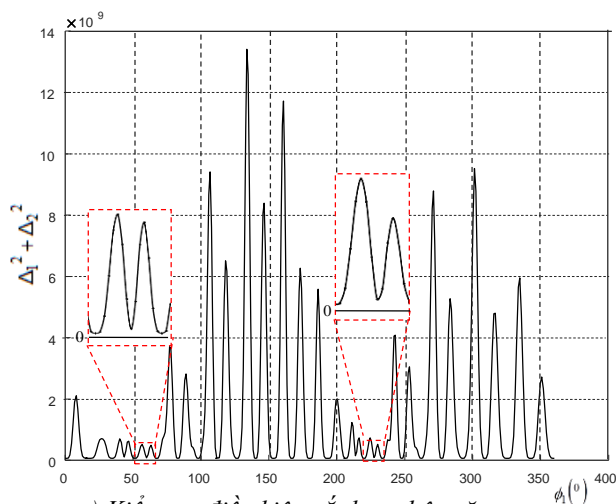
Tên gọi	Ký hiệu	Đơn vị	Cặp BRKT	
			BR <sub>1</sub>	BR <sub>2</sub>
Bán kính đường lăn 1 $\Sigma^1(O, R)$	$R$	mm	36	....
Bán trục lớn đường elip sinh $\Sigma^S(O_s, r)$	$a$	mm	2	....
Bán trục nhỏ đường elip sinh $\Sigma^S(O_s, r)$	$b$	mm	1.13	....
Độ lệch tâm	$e$	mm	5.00	....
Số răng	$z$	răng	12	36
Bước răng trên đường lăn	$w$	mm	9.42	9.42
Độ dày răng trên đường lăn	$t$	mm	9.42	9.42
Rãnh răng trên đường lăn	$s$	mm	9.42	9.42
Khoảng cách trục	$a_{12}$	mm	71.41	
Số chu kỳ quay của bánh răng 1	$T$	vòng	3	1



a) Biên dạng cặp BRKT biên dạng xyclôit cải tiến



b) Tỷ số truyền cặp BRKT



c) Kiểm tra điều kiện cắt lẹm chân răng

**Hình 6.** Bản thiết kế cặp BRKT biên dạng xyclôit cải tiến

**Thảo luận:** từ trường hợp 1 ta thấy do các điều kiện ràng buộc từ phương trình 3 đến 6 nên các tham số thiết kế không thể cho ngẫu nhiên mà phải thực hiện bằng Matlab thông qua quá trình lặp để tìm bộ thông số thiết kế thỏa mãn. Còn khi các thông số thiết kế không thỏa mãn điều kiện cắt lẹm chân răng sẽ xảy hiện tượng giao thoa tại vùng tiếp giáp cạnh răng giữa đường cong biên dạng chân răng và đường cong biên dạng đỉnh răng như đã được nêu ra trong trường hợp 2. Vì vậy, để hình thành cặp bánh răng với biên dạng xyclôit cải tiến thì các tham số thiết kế phải thỏa mãn các điều kiện ràng buộc (3-6) và hệ phương trình (24)

## 5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu này đã đưa ra được các công thức giải tích toán thiết kế BRKT với biên dạng xyclôit cải tiến bằng đường cong hình thành trên cơ sở đường elíp lăn trên đường tròn cơ sở. Ngoài ra, nghiên cứu cũng đưa ra được điều kiện giao thoa cạnh răng, công thức xác định khoảng cách trục và phân bố số răng. Ưu điểm của biên dạng này là các răng trên BRKT đều nhau tại tất cả các vị trí nhằm tăng khả năng chịu tải của răng khắc phục được một nhược điểm cố hữu của các BRKT biên dạng thân khai là các răng trên một BRKT không đều nhau và biên dạng ở phía của một răng không đối xứng do sử dụng phương pháp đường tròn tương đương. Do

đó, có thể khẳng định kết quả nghiên cứu của bài báo này đóng góp một phần vào hoàn thiện lý thuyết thiết kế hình dáng hình học các BRKT. Ngoài ra, đây còn là cơ sở lý thuyết để tiếp tục các nghiên cứu sâu hơn để có thể tiến tới chế tạo các loại BRKT biên dạng mới ở Việt Nam.

## LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo trong đề tài cấp Bộ, Mã số B2019-BK-09. Học viên cao học Nguyễn Hoàng Việt được hỗ trợ bởi chương trình học bổng đào tạo thạc sĩ trong nước của Quỹ Đổi mới sáng tạo Vingroup.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Chiu-Fan Hsieh, A new curve for application to the rotor profile of rotary lobe pumps, *Mechanism and Machine Theory* 87 (2015) 70–81.
- [2] Vasie M and Andrei L, Noncircular gear design and generation by rack cutter, *The Annals of “Dunarea Jos” University of Galati, Mathematics, Physics, Theoretical Mechanics* 1 (2011) 81-86.
- [3] B.W Bair, Tooth Profile Generation and Analysis of Crowned Elliptical Gears, *Journal of Mechanical Design*, 131 (7) (2009).
- [4] Youyu Liu<sup>1</sup>, Jiesheng Diao, Six-Axis Linkage Strategy and Its Models for Non-Circular Helical Gears Based on Diagonal Hobbing. *Strojniški Vestnik, Journal of Mechanical Engineering*, 61(5) (2015) 330–340.
- [5] Marius Vasie, Laurentia Andrei, Design and generation of noncircular gears with convex-concave pitch curves, *The Annals of “Dunarea Jos” University of Galati, Mathematics, Physics, Theoretical Mechanics* (2012) 55-56.
- [6] F. Zheng, L. Hua, X. Han, B. Li, D. Chen, Linkage model and manufacturing process of shaping non-circular gears, *Mechanism and Machine Theory* 96 (2016) 192–212.
- [7] Chi Bing Hu, Ya Zhou Wang, De Yong Kong, Yong Ping Liu, The Solid Modeling and Simulation for Non-Circular Gear Based on Pro/E, *Advanced Materials Research* 230-232 (2011) 506–511.
- [8] Lian Xia, Youyu Liu, Dazhu Li, Jiang Han, A linkage model and applications of hobbing non-circular helical gears with axial shift of hob, *Mechanism and Machine Theory* 70 (2013) 32–44.
- [9] Faydor L. Litvin, Ignacio Gonzalez-Perez, Kenji Yukishima, Alfonso Fuentes, Kenichi Hayasaka, Generation of planar and helical elliptical gears by application of rack-cutter, hob and shaper, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 196 (2007) 4321-4336.
- [10] Faydor L. Litvin, Alfonso Fuentes-Azna, Ignacio Gonzalez-Perez, Kenichi Hayasaka, *Noncircular Gears Design and Generation*, Cambridge University Press (2009).
- [11] B.W Bair, C.F Chen, S.F Chen, C.Y Chou, Mathematical Model and Characteristic Analysis of Elliptical Gears Manufactured by Circular-Arc Shaper Cutters, *Journal of Mechanical Design*, 129 (2) (2007).
- [12] Faydor L. Litvin, Alfonso Fuentes, *Gear Geometry and Applied Theory*, Cambridge University Press (2004).
- [13] JianGang Li, XuTang Wu, ShiMin Mao - Numerical computing method of noncircular gear tooth profiles generated by shaper cutters, *The international journal of advanced manufacturing technology*, Vol. 33 (2007) 1098-1105.
- [14] Tran Ngoc Tien, Phan Tien Dung, Nguyen Hong Thai, Influence of the Designing Parameters on Flow Fluctuation and Pressure of the Improved Roots Blower, *International Conference of Fluid Machinery and Automation Systems – ICFMAS 2018* (2018) 196-203.

- [15] Nguyen Hong Thai, Tran Ngoc Tien, Influence of the designing parameters on the profile slippage and flow of the Roots blower, Science & Technology development journal - Engineering & Technology, Vol. 1 (1) (2018) 13-19.
- [16] Nguyen Hong Thai, Nguyen Thanh Trung, Luu Xuan Nghia, Nguyen Thuy Duong, On the shaping of the tooth profile of common non-circular gears using rack and Novikov tooth profile, Journal of Science and Technology, Ha Noi (2019).
- [17] Nguyen Hong Thai, Nguyen Thanh Trung, Luu Xuan Nghia, Nguyen Thuy Duong, Synthesis of the external non-circular gear-train with cycloid profile, Journal of Science and Technology, Ha Noi (2019).

**Tác giả chịu trách nhiệm bài viết:**

Nguyễn Hồng Thái

Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Email: thai.nguyenhong@hust.edu.vn / nguyenhongthai.vn@gmail.com