

MÔ HÌNH HÓA VÀ ĐIỀU KHIỂN ROBOT RẮN MODELING AND CONTROL OF SNAKE ROBOTS

Nguyễn Văn Phước
Trường Đại Học Tôn Đức Thắng

TÓM TẮT

Hiện nay, mô hình hóa và mô phỏng các Robot trở nên cần thiết để đưa ra những quyết định đúng đắn trước khi áp dụng vào thực tế. Bài báo này trình bày về việc xây dựng mô hình hóa mô tả cơ cấu chuyển động và phương pháp điều khiển của robot Rắn. Sử dụng các bộ điều khiển PID để làm bộ điều khiển của Robot. Kết quả mô phỏng robot Rắn gồm 6 đoạn được thực hiện trên phần mềm Matlab/Simulink cho thấy các tín hiệu ngõ ra đáp ứng các tín hiệu ngõ vào.

ABSTRACT

Currently, modeling and simulation of Snake robots become necessary to correct decision prior to the actual application. This paper presents the construction of the modeling describing the movement structure and the control method of the Snake robots. The PID controllers are used as robot controllers. Results of the Snake robot simulation including six links are performed on Matlab/Simulink which is proved that the direction signal, velocity and angle phi of the output signals response to the input signals.

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

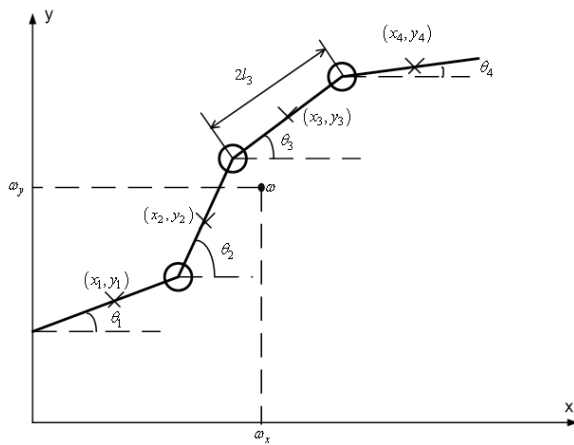
Ngày nay, hầu hết các cơ chế robot di động có các bánh xe được điều khiển bởi các động cơ. Những cơ cấu robot có bánh xe như vậy tương đối hiệu quả, dễ dàng điều khiển và thích hợp với điều khiển tốc độ cao trên những mặt bằng phẳng. Tuy nhiên, chúng không hiệu quả trong những môi trường gồ ghề như là những địa hình lổm chổm và lầy lội [1-3]. Những robot di chuyển bằng chân đang được tích cực nghiên cứu [4,5]. Chúng cho thấy tính thích nghi với địa hình cao hơn những robot di chuyển bằng bánh xe. Tính thích nghi với địa hình thậm chí còn cao hơn với những robot có nhiều đoạn có thể “bò” như Rắn [6]. Ngoài tính thích nghi với môi trường ra, những robot di chuyển hình Rắn còn cho thấy nhiều ưu điểm hơn những robot di chuyển bằng bánh xe và chân. Chúng có thể bơi lội hoặc trèo lên cây [7,8]. Với những khả năng đó, robot Rắn ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực như: kiểm tra, nạo vét các đường ống, tìm kiếm nạn nhân trong các vụ hoả hoạn, động đất,

dò thám trong quân sự. Rắn di chuyển sẽ có hình dáng ngoằn ngoèo và uốn lượn. Vì thế, Hirose [9] đã nghiên cứu và cho thấy cơ thể của họ Rắn di chuyển theo dạng đường cong Serpenoid. Hơn thế nữa, đặc tính quan trọng của Rắn trong việc đạt được vận tốc ngoằn ngoèo là khác biệt trong ma sát tiếp tuyến và hướng di chuyển bình thường đối với cơ thể chúng. Đặc biệt, ma sát bình thường có xu hướng lớn hơn so với ma sát tiếp tuyến, dẫn đến tránh mặt trượt. Dựa trên thực tế này, Hirose đã xây dựng những đường cong uốn lượn rỗng Rắn và phát triển thành một phương pháp điều khiển để làm chúng di chuyển đến một hướng mong muốn ở một tốc độ mong muốn. Bài báo này, chúng tôi trình bày robot Rắn “không có bánh xe” với những tiềm năng đáng kể để thích ứng đối với môi trường, đặc biệt là hiệu suất năng lượng. Mục tiêu của chúng tôi là thiết lập một mô hình toán, phân tích và tổng hợp các di chuyển ngoằn ngoèo của Rắn. Sự di chuyển của robot Rắn được giới hạn trong không gian hai chiều và địa hình bằng phẳng.

II. MÔ HÌNH CỦA ROBOT RẮN

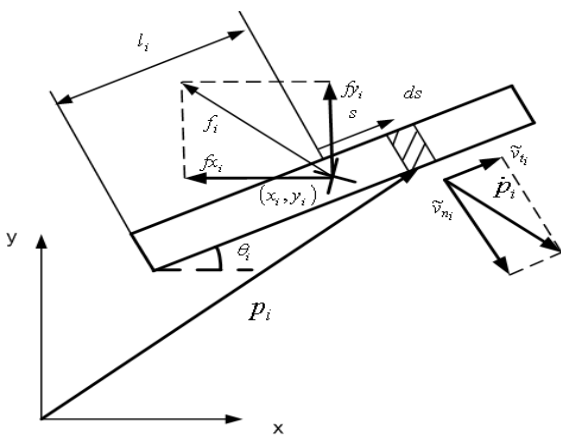
Robot Rắn gồm n đoạn kết nối với nhau qua (n-1) khớp được mô tả như Hình 1.

Giả thiết mỗi đoạn có khối lượng bằng nhau, tọa độ trọng tâm của mỗi đoạn là (x_i, y_i) , θ_i là góc hợp bởi mỗi đoạn với phương ngang, chiều dài của mỗi đoạn là $2l_i$, ω_x và ω_y lần lượt là tọa độ của điểm trọng tâm theo phương x và phương y. Sự chuyển động của robot Rắn dựa trên lực ma sát và momen xoắn của thân robot Rắn và mặt phẳng.



Hình 1. Robot Rắn gồm n đoạn, n-1 khớp.

1. Lực ma sát



Hình 2. Đoạn vi phân của khâu thứ i

Hình 2 mô tả đoạn thứ i của robot Rắn, với (x_i, y_i) là tọa độ trọng tâm của đoạn thứ i, f_i là lực ma sát giữa đoạn thứ i và mặt

phẳng trượt, \dot{p}_i là vectơ vận tốc của đoạn vi phân ds, \tilde{v}_{t_i} và \tilde{v}_{n_i} lần lượt là vận tốc theo phương tiếp tuyến và phương pháp tuyến với đoạn thứ i, s là khoảng cách từ đoạn vi phân ds đến điểm trọng tâm của đoạn thứ i.

Lực ma sát f_{x_i}, f_{y_i} tác động lên đoạn thứ i của robot Rắn được mô tả theo [10]:

$$\begin{bmatrix} f_{x_i} \\ f_{y_i} \end{bmatrix} = -m_i \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{t_i} & 0 \\ 0 & c_{n_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

Tổng moment ma sát xoắn τ_i quanh trọng tâm của đoạn thứ i là:

$$\tau_i = \int_{-l_i}^{l_i} s df_{n_i} = -\frac{m_i l_i^2}{3} c_{n_i} \dot{\theta}_i = -c_{n_i} J_i \dot{\theta}_i \quad (2)$$

Với c_{t_i} và c_{n_i} lần lượt là hệ số ma sát theo phương tiếp tuyến và phương pháp tuyến, dm_i là khối lượng của đoạn vi phân ds, J_i là moment quán tính của đoạn thứ i.

Vectơ lực ma sát f và moment xoắn τ tác động lên toàn bộ hệ thống gồm n đoạn robot được cho bởi:

$$f = -\Omega_\theta D_f \Omega_\theta^T \dot{z}, \tau = -D_\tau \dot{\theta} \quad (3)$$

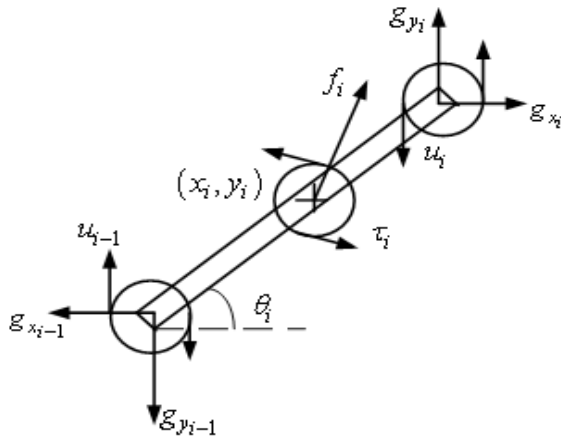
Trong đó

$$\begin{aligned} D_f &= \begin{bmatrix} C_t M & 0 \\ 0 & C_n M \end{bmatrix}, \Omega_\theta = \begin{bmatrix} C_\theta & -S_\theta \\ S_\theta & C_\theta \end{bmatrix} \\ C_t &= \text{diag}(c_{t_1}, \dots, c_{t_n}), C_n = \text{diag}(c_{n_1}, \dots, c_{n_n}) \\ D_\tau &= C_n J, M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n) \\ S_\theta &= \text{diag}(\sin \theta_1, \dots, \sin \theta_n) \\ C_\theta &= \text{diag}(\cos \theta_1, \dots, \cos \theta_n) \\ dm_i &= \frac{m_i \cdot ds}{2l_i}, J_i = \frac{m_i l_i^2}{3} \end{aligned}$$

2. Phương trình chuyển động của robot Rắn

Đoạn thứ i của robot Rắn gồm n đoạn được trình bày ở Hình 3, với g_i và g_{i-1} là lực

tương tác do các đoạn kế cận thứ $(i+1)$ và $(i-1)$, u_i và u_{i-1} là moment của động cơ ở khớp thứ i và $i-1$, θ_i là góc hợp với phương ngang của đoạn thứ i , m_i là khối lượng của đoạn thứ i .



Hình 3. Phân tích lực tác động lên đoạn thứ i

Phương trình động lực học của robot rắn được mô tả như sau:

$$F\ddot{\theta} + C\dot{\theta}^2 = D^T u + \tau + \mathcal{F}^T f \quad (4)$$

$$m\ddot{\omega} = E^T f \quad (5)$$

Từ (3), (4) và (5) ta có phương trình động lực học của robot:

$$\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & mI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & S \\ S^T & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^T \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (6)$$

Phương trình (6) được phân tích thành 2 thành phần: Hình dạng chuyển động (moment xoắn ở khớp \rightarrow góc ở khớp) và sự di động quán tính (góc ở khớp \rightarrow vị trí và hướng quán tính). Phương trình (6) được viết lại như sau:

$$\begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & mI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_\rho^T R e_\rho & e_\rho^T S \\ S^T e_\rho & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_\rho^T R \\ S^T \end{bmatrix} K\dot{\phi} = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{\phi} + DF^{-1}(C\dot{\theta}^2 + R\dot{\theta} + S\dot{\omega}) = Bu \quad (8)$$

Với θ là góc tuyệt đối, ω là trọng tâm của robot, ϕ là vectơ của góc tương đối giữa

đoạn kế cận, ψ là động lượng góc trung bình.

$$\theta = [\theta_1 \dots \theta_n]^T, \omega = \begin{bmatrix} \omega x \\ \omega y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_i \\ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i y_i \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} e^T Mx \\ e^T My \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R & S \\ S^T & Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_\tau & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{F}^T \\ E^T \end{bmatrix} \Omega_\theta D_f \Omega_\theta^T \begin{bmatrix} \mathcal{F} & E \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \in R^{(n-1) \times n}, D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & -1 & \dots & \dots \end{bmatrix} \in R^{(n-1) \times n}$$

$$M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n), J = \text{diag}(J_1, \dots, J_n)$$

$$E = \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & e \end{bmatrix}, e = [1 \dots 1]^T \in R^n, m = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$F = J + S_\theta H S_\theta + C_\theta H C_\theta, \mathcal{F} = [S_\theta N^T \quad -C_\theta N^T]^T$$

$$N = M^{-1} D^T (DM^{-1} D^T)^{-1} A L, H = L A^T (DM^{-1} D^T)^{-1} A L$$

$$C = S_\theta H C_\theta - C_\theta H S_\theta, D_\tau = C_n J, e_\rho = \rho e$$

$$C_i = \text{diag}(c_{i_1}, \dots, c_{i_n}), C_n = \text{diag}(c_{n_1}, \dots, c_{n_n})$$

$$\Omega_\theta = \begin{bmatrix} C_\theta & -S_\theta \\ S_\theta & C_\theta \end{bmatrix}, D_f = \begin{bmatrix} C_i M & 0 \\ 0 & C_n M \end{bmatrix}$$

$$B = DF^{-1} D^T, K = F^{-1} D^T B^{-1}, L = \text{diag}(l_1, \dots, l_n)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \\ e^T F \end{bmatrix} \dot{\theta}, \dot{\theta} = K\dot{\phi} + e_\rho \dot{\psi}, \rho = \frac{1}{e^T F e}$$

III. PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN CHUYÊN ĐỘNG CỦA ROBOT RẮN

Khi hình dạng ϕ của robot Rắn thay đổi, lực

f và moment xoắn τ được tạo ra do ma sát giữa robot với bề mặt trượt. Kết quả là vị trí của trọng tâm ω và động lượng góc

của toàn bộ cơ thể ψ . Phương trình (7) cho

thấy có thể điều khiển các biến ψ và $\dot{\omega}$ để

điều khiển góc ϕ . Mục tiêu của phần này

là xác định phương pháp điều khiển ϕ để

robot Rắn chuyển động theo hướng và tốc độ

được định trước với hiệu suất chuyển động

tối ưu. Robot chuyển động thông qua việc

thay đổi góc ϕ để hình thành những đường

cong Serpenoid.

Đường cong Serpenoid [9] là đường cong

có tọa độ xác định bởi phương trình (9) và

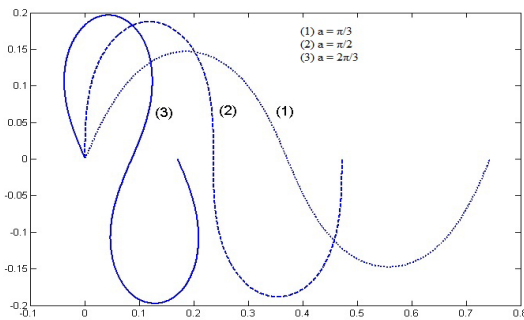
phương trình (10).

$$x(s) = \int_0^s \cos(\xi_\sigma) d\sigma \quad (9)$$

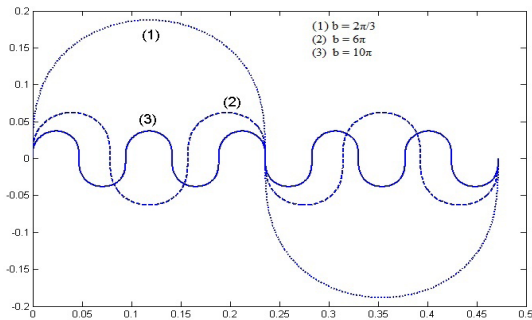
$$y(s) = \int_0^s \sin(\xi_\sigma) d\sigma \quad (10)$$

$$\xi_\sigma = a \cos(b\sigma) + c\sigma$$

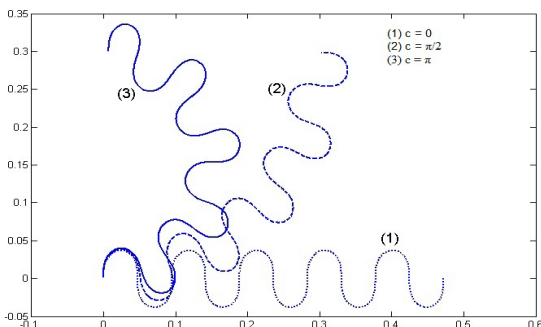
Trong đó a, b và c là các hằng số xác định hình dạng của đường cong Serpenoid và s là chiều dài cung từ gốc tọa độ tới điểm xét. Đường cong Serpenoid với các thông số a, b và c khác nhau được trình bày ở Hình 4, Hình 5 và Hình 6.



Hình 4. Đường cong Serpenoid với $b = 2\pi$ và $c = 0$.



Hình 5. Đường cong Serpenoid với $a = \pi/2$ và $c = 0$.



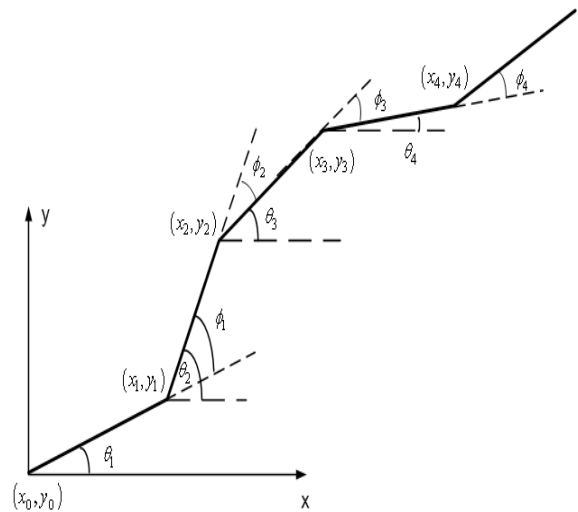
Hình 6. Đường cong Serpenoid với $a = \pi/2$ và $b = 10\pi$.

Đường cong Serpenoid với n đoạn thẳng liên kết với nhau được xấp xỉ thành 2 phương trình như sau:

$$x_i = \sum_{k=1}^i \frac{1}{n} \cos\left(a \cos\left(\frac{kb}{n}\right) + \frac{kc}{n}\right) \quad (12)$$

$$y_i = \sum_{k=1}^i \frac{1}{n} \sin\left(a \cos\left(\frac{kb}{n}\right) + \frac{kc}{n}\right) \quad (13)$$

Khi đó, đường cong Serpenoid được vẽ lại xấp xỉ bởi n đoạn thẳng kết nối với nhau được mô tả ở Hình 7.



Hình 7. Đường cong Serpenoid được xấp xỉ thành 4 đoạn thẳng.

Trong đó θ_i là góc của đoạn thứ i hợp với trục x.

$$\theta_i = a \cos\left(\frac{ib}{n}\right) + \frac{ic}{n}$$

Với $\phi_i = \theta_i - \theta_{i+1} = \alpha \sin\left(i\beta + \frac{\beta}{2}\right) + \gamma$

ϕ_i là góc tương đối xác định hình dạng của đường cong Serpenoid rời rạc (Hình 7) và

$$\alpha = a \left| \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right|, \beta = \frac{b}{n}, \gamma = -\frac{c}{n}.$$

Như vậy, góc tương đối ϕ_i thay đổi theo dạng hình sin với biên độ α và độ lệch γ . Hai góc kế nhau chênh lệch bằng β .

Sự di chuyển hình Rắn: Chuyển động tròn của một con Rắn có thể bắt chước bởi việc thay đổi góc tương đối ϕ_i của robot Rắn theo quy luật sau:

$$\phi_i(t) = \alpha \sin(\omega t + (i-1)\beta) + \gamma, \quad (i=1, \dots, n-1) \quad (14)$$

Trong đó α, β , và γ là những thông số xác định hình dạng của đường cong Serpenoid, và ω xác định tốc độ lan truyền sóng hình Rắn dọc theo cơ thể. Giả thiết khi điều khiển thay đổi ϕ từ công thức (14) và kết hợp với ma sát của môi trường thì Robot sẽ di chuyển theo dạng hình Rắn. Các thông số mô phỏng chuyển động của robot Rắn:

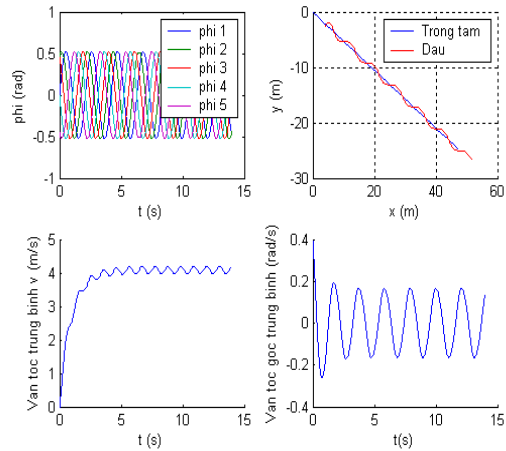
$$n = 6, m_i = 1\text{kg}, l_i = 1\text{m}, c_{ii} = 0.1, c_{ni} = 10$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} (\text{rad} / \text{s}), \beta = \frac{\pi}{3} (\text{rad} / \text{s}), \omega = 3 (\text{rad} / \text{s})$$

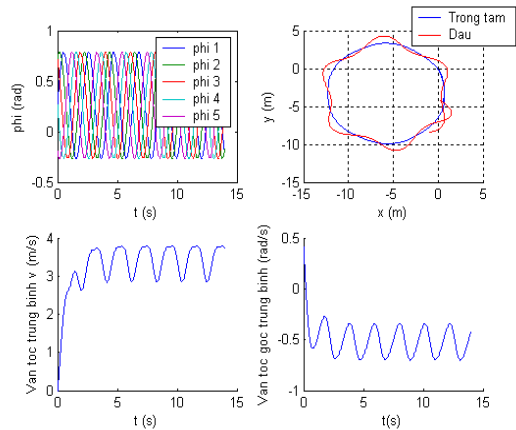
Kết quả mô phỏng chuyển động của robot Rắn được mô tả ở Hình 8 và Hình 9. ξ là thông số mô tả hướng của toàn bộ robot Rắn và v là tốc độ của trọng tâm theo hướng ξ và ξ được tính bởi:

$$\xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i, v = \dot{\omega}_x \cos \xi + \dot{\omega}_y \sin \xi$$

Từ kết quả mô phỏng ở Hình 7 và Hình 8 cho thấy khi $\gamma = 0$ thì robot Rắn di chuyển theo đường thẳng, khi $\gamma \neq 0$ thì robot Rắn di chuyển theo một đường tròn.



Hình 8. Chuyển động hình Rắn ($\gamma = 0$).



Hình 9. Chuyển động hình Rắn ($\gamma = 10 \text{ deg}$).

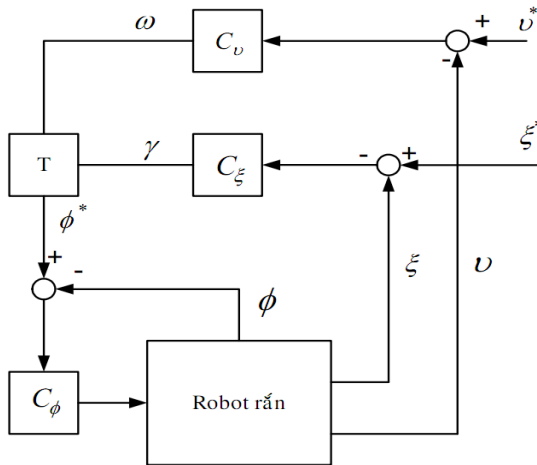
IV. THIẾT KẾ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

ω và γ lần lượt là hai thông số xác định tốc độ và hướng của robot Rắn được mô tả ở phương trình (14). Chúng ta cố định α và β thay đổi ω và γ để điều khiển tốc độ và hướng của robot Rắn. Các thông số mô phỏng chuyển động của robot Rắn trên Matlab:

$$n = 6, m_i = 1\text{kg}, l_i = 1\text{m}, c_{ii} = 0.1, c_{ni} = 10$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} (\text{rad} / \text{s}), \beta = \frac{\pi}{3} (\text{rad} / \text{s}), \omega = 3 (\text{rad} / \text{s})$$

Cấu trúc bộ điều khiển của robot Rắn [10] được trình bày ở Hình 10 bao gồm 2 cấp điều khiển: Điều khiển vòng trong và điều khiển vòng ngoài.



Hình 10. Cấu trúc bộ điều khiển robot Rắn.

1. Bộ điều khiển vòng trong $C_\phi(s)$

Bộ điều khiển $C_\phi(s)$ được dùng để điều khiển động cơ ở các khớp nhằm tạo ra moment u để tín hiệu hồi tiếp ϕ bám theo tín hiệu đặt ϕ^* . Tín hiệu ϕ^* lấy từ bộ biên đổi T trình bày ở phương trình (14) được viết lại như sau:

$$\phi^* = \alpha \sin(\omega t + (i - 1)\beta) + \gamma \quad (15)$$

Bộ điều khiển $C_\phi(s)$ được sử dụng bộ điều khiển PID. Tín hiệu ngõ vào của bộ điều khiển gồm ω , α , γ và β , tín hiệu ngõ ra ϕ , ξ và v . Các thông số của bộ điều khiển $C_\phi(s)$ gồm K_{p1} , K_{I1} và K_{D1} .

2. Bộ điều khiển vòng ngoài $C_v(s)$ và $C_\xi(s)$

Bộ điều khiển $C_v(s)$ và $C_\xi(s)$ điều khiển tốc độ và hướng của robot Rắn để đạt được

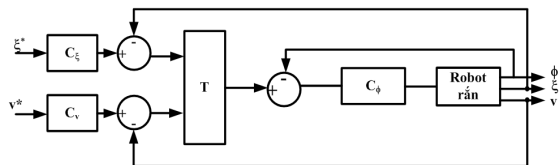
tốc độ mong muốn v^* và ξ^* . Bộ điều khiển C_v và C_ξ được sử dụng gồm hai bộ điều khiển PID.

Bộ điều khiển vận tốc $C_v(s)$ có tín hiệu đầu vào v^* và tín hiệu ngõ ra ϕ , ξ và v . Các thông số của bộ điều khiển $C_\phi(s)$ gồm K_{p2} , K_{I2} và K_{D2} .

Bộ điều khiển hướng $C_\xi(s)$ có tín hiệu đầu vào ξ^* và tín hiệu ngõ ra ϕ , ξ và v . Các thông số của bộ điều khiển $C_\xi(s)$ gồm K_{p3} , K_{I3} và K_{D3} .

Các thông số K_p , K_i , K_D của các bộ điều khiển $C_\phi(s)$, $C_v(s)$ và $C_\xi(s)$ được sử dụng phương pháp thử và sai có kết quả như sau:

$$K_{p1} = 39.5789, K_{D1} = 9.1405, K_{p2} = 25.9837, K_{D2} = 10.1197, K_{p3} = 0.79193, K_{D3} = 0.3998$$



Hình 11. Sơ đồ khối mô phỏng robot Rắn.

V. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

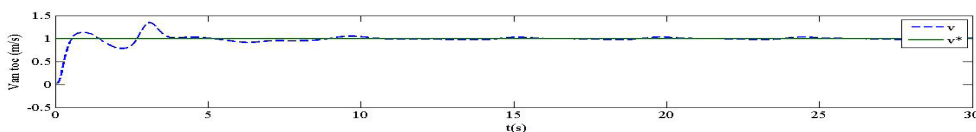
Các thông số mô phỏng robot Rắn trên Matlab như sau:

$$n = 6, m_i = 1kg, l_i = 1m, c_{ii} = 0.1, v = 1(m/s), c_{ni} = 10$$

$$\xi = \frac{\pi}{4}(rad/s), \alpha = \frac{\pi}{6}(rad/s), \beta = \frac{\pi}{3}(rad/s)$$

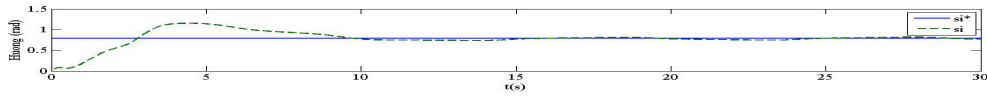
$$\omega = 3(rad/s)$$

Hình 12 và Hình 13 mô tả vận tốc v và hướng ξ chuyển động của robot Rắn.



Hình 12. Đồ thị vận tốc v .

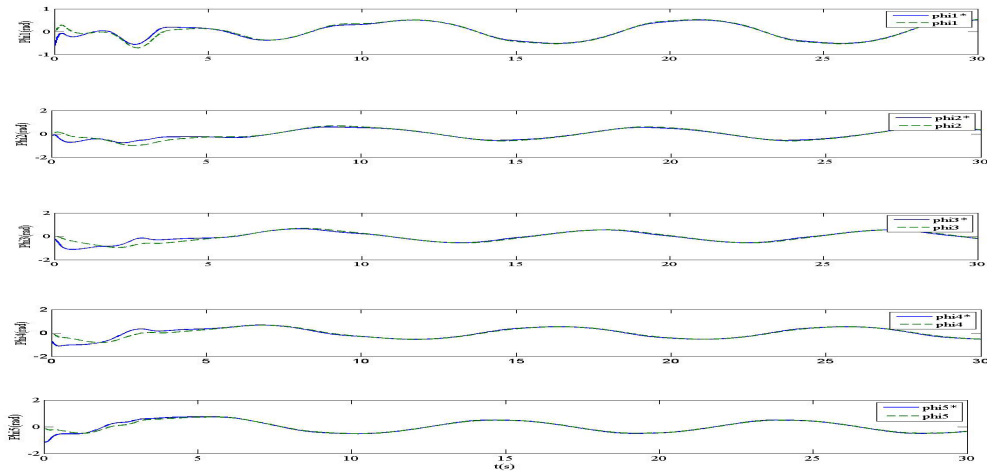
Kết quả mô tả ở Hình 12 đạt giá trị xác lập sau khoảng 5s với độ vọt lố 30%.



Hình 13. Đồ thị hướng ξ

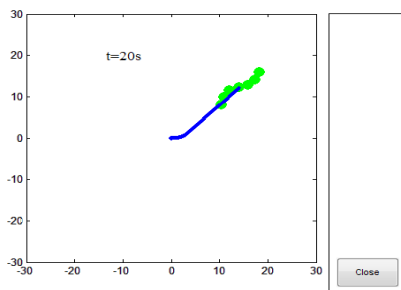
Kết quả mô tả ở hình 13 đạt giá trị xác lập sau khoảng 8s với độ vọt lố 15%.

Hình 14 mô tả các góc phi tại các khớp của robot Rắn.



Hình 14. Đồ thị góc ϕ

Hình 15 mô tả hình dáng chuyển động của robot Rắn tương ứng ở góc $\pi/4$.



Hình 15. Đồ thị hình dáng robot di chuyển.

VI. KẾT LUẬN

Trong bài báo này đã trình bày phương trình động lực học của robot Rắn trên không gian hai chiều, khảo sát các yếu tố ảnh hưởng đến chuyển động của robot và sử dụng phương pháp thử và sai để xác định các thông số PID của các bộ điều khiển. Điều khiển robot Rắn chuyển động được dựa theo quy luật đường cong Serpenoid. Kết quả mô phỏng robot Rắn gồm 6 đoạn trên Matlab cho thấy các tín hiệu ngõ ra đáp ứng các tín hiệu ngõ vào, hình dạng robot Rắn di chuyển giống Rắn thật và cho thấy tính ổn định của hệ thống.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] M. Raibert, "Legged Robots That Balance" Cambridge, MA: MIT Press, 1986.
- [2] S. Song and K. Waldron, "Machines that Walk: The Adaptive Suspension Vehicle" Cambridge, MA: MIT Press, 1989.
- [3] D. J. Manko, "A General Model of Legged Locomotion on Natural Terrain" Boston, MA: Kluwer Academic Pub, 1992.
- [4] M. Vukobratovic, B. Borovac, D. Surla, and D. Stokic, "Biped Locomotion: Dynamics,

Stability, Control and Application” New York, NY: Springer Verlag, 1990.

[5] P. Spanos, R. Berka, and P. Tratskas, “*Multisegment Large Space Robot: Concept And Design*” *J. Aerospace Eng*, vol.13, no.4, pp.123–132, 2000.

[6] D. Reznik and V. Lumelsky , “*Sensor-Based Motion Planning In 3 Dimensions For A Highly Redundant Snake Robot*” *Advanced Robotics*, vol.9, no.3, pp.255–280, 1995.

[7] Y. Shan and Y. Koren, “*Design And Motion Planning Of A Mechanical Snake*” *IEEE Trans. Sys. Man Cyb*, vol.23, no.4, pp.1091–1100, 1993.

[8] Z. Bayraktaroglu, F. Butel, P. Blazevic, and V. Pasqui, “*Geometrical Approach To The Trajectory Planning Of A Snake-Like Mechanism*” in *Proc. IEEE Int. Conf. Intel. Robots Sys*, Kyongju, Korea, 1999, pp.1322–1327.

[9] S. Hirose, “*Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators*” New York, NY: Oxford University Press, 1993.

[10] B. Klaassen and K. Paap, “*GMD-SNAKE2: A Snake-Like Robot Driven By Wheels And A Method For Motion Control*” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics & Auto*, Detroit, MI, 1999, pp.3014–3019.