PHÂN TÍCH LỰC BÁNH RĂNG HÀNH TINH CON LĂN HYPÔXICLÔÍT

FORCE ANALYSIS OF THE PLANETARY HYPOCYCLOID ROLLER GEARS

Nguyễn Hồng Thái[(1)], Lê Hiếu Giang[(2)], Thạch Dũng Chinh [(3)]

[(1)]Trường Đại Học Bách khoa Hà Nội
[(2)] Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TPHCM
[(3)] Trường Cao Đẳng Nghề Việt Nam - Singapore

TÓM TẮT

Hộp giảm tốc bánh răng con lăn hypôxiclôít thường được sử dụng trong các thiết bị chính xác như robot công nghiệp, máy CNC hay các thiết bị điều khiển số bởi những ưu điểm của nó như tỷ số truyền lớn, kích thước nhỏ gọn, độ chính xác cao do khử được khe hở cạnh răng. Cơ sở để tính toán, thiết kế các hộp giảm tốc loại này là xác định quy luật phân bố lực tại các điểm tiếp xúc giữa các con lăn của bánh răng con lăn với vành răng hypôxiclôít và quy luật phân bố lực của các chốt trục ra với bánh răng con lăn trong quá trình ăn khớp đây chính là nội dung trình bày của bài báo này.

Từ khóa: Hộp giảm tốc hypôxyclôít.

ABSTRACT

Hypocycloid reducer is usually used in devices with high precision such as the industrial robots, the CNC machines and the digital-control equipments, because of its advantages large transmission ratio, compact size, high precision because of backlash reduction. Calculation and design of this gear box are to determine the force distribution rule at contact points between the cylindrical rollers of the planet wheel and hypocycloidal ring gear. It is also necessary to calculate the force impact between rollers of the output shaft and cylindrical rollers in gear matching process. These are the main contents of this paper.

Keywords*: hypocycloid reducer.*

CÁC KÝ HIỆU

$\vartheta_1\{O_1x_1y_1\}$	: hệ quy chiếu đặt tại tâm bánh răng con lăn.
$\vartheta_2\{O_2x_2y_2\}$	: hệ quy chiếu đặt tại tâm bánh răng hypôxiclôít.
$\vartheta_3\{O_3x_3y_3\}$	: hệ quy chiếu đặt trên bạc lệch tâm.
θ	: góc quay của hệ quy chiếu ϑ_1 so với hệ quy chiếu ϑ_2 (*là góc quay của bánh răng con lăn so với bánh răng hypôxiclôít*).
φ	: góc quay của trục vào so với phương O_1y_1 của hệ quy chiếu ϑ_1.
E	: độ lệch tâm của trục vào.
z_1	: số chốt con lăn trên bánh răng chốt con lăn.
z_2	: số răng của bánh răng hypôxiclôít ($z_2 = z_1 + 1$).
R_1	: bán kính đường tròn đi qua các chốt con lăn của bánh răng con lăn.
Rr	: bán kính đường tròn đi qua tâm các chốt trục ra.

r_{cl} : bán kính chốt con lăn của bánh răng con lăn.

r_{cr} : bán kính chốt trục ra.

$\vec{F}_{Ci}$: lực tác dụng từ vành răng hypôxiclôít lên con lăn của bánh răng con lăn.

$\vec{F}_{Kj}$: lực tác dụng từ chốt trục ra lên bánh răng chốt con lăn.

b_j : Khoảng cách vuông góc từ phương của lực $\vec{F}_{K}$ đến O_1.

ℓ_i : Khoảng cách vuông góc từ phương của lực $\vec{F}_{C}$ đến O_1.

α_i : góc giữa phương của lực $\vec{F}_{C}$ và O_2y_2.

β_i : góc giữa các con lăn trên bánh răng con lăn ($i = 1\text{-}z_1$).

ϕ_j : là góc giữa các lỗ chốt trục ra trên bánh răng con lăn.

n : số con lăn chịu lực trên bánh răng con lăn tại thời điểm ăn khớp thứ i

$$n = \begin{cases} \dfrac{z_1}{2} & \text{nếu } z_1 \text{ chẵn} \\ \dfrac{z_1+1}{2} & \text{nếu } z_1 \text{ lẽ} \end{cases}$$

m : số chốt trục đầu ra chịu lực trong quá trình ăn khớp.

$$m = \begin{cases} \dfrac{g}{2} & \text{nếu g chẵn} \\ \dfrac{g-1}{2} & \text{nếu g lẽ} \end{cases}$$

với g là số chốt trục ra.

$\tan^{-1}(\alpha)$: $\text{arctg}(\alpha)$

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Bộ truyền bánh răng chốt con lăn epyxiclôít và hypôxiclôít thuộc nhóm bộ truyền bánh răng hành tinh thế hệ mới [1]. Đến nay, đã có rất nhiều công trình nghiên cứu về bộ truyền này nhưng chủ yếu tập trung vào nghiên cứu loại bộ truyền bánh răng con lăn epyxiclôít, từ nghiên cứu các phương pháp thiết lập biên dạng bánh răng cho đến động học, động lực học, thiết kế và chế tạo v.v...[2 - 6]. Ví dụ như nghiên cứu ảnh hưởng của sai số gia công đến khe hở cạnh răng của bộ truyền bánh răng con lăn epyxiclôít dẫn đến mô men của trục ra không đều của tác giả Yang [7], hay xác định ảnh hưởng của sai số gia công đến quy luật phân bố lực giữa con lăn của bánh răng con lăn và vành răng epyxiclôít khi không kể đến lực ma sát của Tsetserukou và các đồng nghiệp [8], về vấn đề ngày cũng phải kể đến Mirko Blagojevi [9] nghiên cứu ảnh hưởng của lực ma sát giữa các con lăn của bánh răng chốt con lăn và vành epyxiclôít ảnh hưởng đến quy luật phân bố tải trọng của bộ truyền. Ngoài ra, Meng và những người khác [10] đã đưa ra mô hình toán học xác định hiệu suất của bộ truyền bánh răng con lăn epyxiclôít 2K-H khi xét đến lực ma sát v.v...

Bài báo trình bày phân tích và tính toán quy luật phân bố lực giữa các con lăn của bánh răng chốt con lăn với vành răng hypôxiclôít và lực tác dụng từ chốt trục ra lên bánh răng con lăn khi không kể đến lực ma sát nhằm phục vụ cho các tính toán tiếp theo của bài toán thiết kế.

II. PHÂN TÍCH LỰC

Chi tiết chính trong hộp giảm tốc bánh răng con lăn hypôxiclôít là vành răng hypôxiclôít và bánh răng chốt con lăn. Do đó, để thiết kế bộ truyền này cần phân tích, tính toán lực tác dụng tại các điểm tiếp xúc (*giữa vành răng hypôxiclôít với con lăn của bánh răng chốt con lăn và chốt đầu ra với bánh răng chốt con lăn*) trong quá trình ăn khớp, hình 1 là sơ đồ phân tích lực khi xét trên bánh răng chốt con lăn:

Mô men xoắn trục vào:

$$M_1 = 9{,}55.10^6 \frac{P_1}{n_1} \qquad (1)$$

Lực vòng tác dụng lên bánh răng chốt con lăn:

$$F_1 = \frac{M_1}{E} \qquad (2)$$

Xét trên bánh răng chốt con lăn:

$$\begin{cases} F_1\cos(\varphi+\theta)+\sum_{j=1}^{m}F_{Kj}\cos(\varphi+\theta)-\ldots \\ \ldots-\sum_{i=1}^{n}F_{Ci}\cos(\alpha_i-\theta)=0 \\ -F_1\sin(\varphi+\theta)-\sum_{j=1}^{m}F_{Kj}\sin(\varphi+\theta)-\ldots \\ \ldots-\sum_{i=1}^{n}F_{Ci}\sin(\alpha_i-\theta)=0 \\ \sum_{j=1}^{m}F_{Kj}b_j-F_1(z_1+1)E=0 \end{cases} \quad (3)$$

Mặt khác :

$$\varphi=z_1\theta \Rightarrow \quad \varphi+\theta=(z_1+1)\theta \quad (4)$$

Thay (4) vào (3):

$$\begin{cases} F_1\cos[(Z_1+1)\theta]+\sum_{j=1}^{m}F_{Kj}\cos[(z_1+1)\theta]-\ldots \\ \ldots\ -\sum_{i=1}^{n}F_{Ci}\cos(\alpha_i-\theta)=0 \\ -F_1\sin[(z_1+1)\theta]-\sum_{j=1}^{m}F_{Kj}\sin[(z_1+1)\theta]-\ldots \\ \ldots\ -\sum_{i=1}^{n}F_{Ci}\sin(\alpha_i-\theta)=0 \\ \sum_{j=1}^{m}F_{Kj}b_j-F_1(z_1+1)E=0 \end{cases} \quad (5)$$

Từ phương trình (5) ta có :

$$\sum_{j=1}^{m}F_{Kj}b_j=F_1(z_1+1)E=\text{constant} \quad (6)$$

Mặt khác, lấy mômen tại O_1:

$$\sum_{i=1}^{n}F_{Ci}\ell_i-\sum_{j=1}^{m}F_{Kj}b_j=0 \quad (7)$$

Từ (6) và (7) ta có:

$$\sum_{i=1}^{n}F_{Ci}\ell_i=\sum_{j=1}^{m}F_{Kj}b_j=\text{constant} \quad (8)$$

Trong đó:

+ Cánh tay đòn của các lực F_{Ci}:

$$\ell_i=z_1E\sin(\varphi-\alpha_i) \quad (9)$$

+ Cánh tay đòn của các lực F_{Kj}:

$$b_j=R_r\sin(z_2\theta)\sin\phi_j \quad (10)$$

Với: $\beta_i=\dfrac{180(2i-1)}{(z_2-1)}$ và $\phi_j=\dfrac{360(j-1)}{m}$ (11)

- ***Tính giá trị α_i***:

Tọa độ điểm D_i trong hệ quy chiếu ϑ_2 tại thời điểm ăn khớp:

$$\begin{bmatrix} x_{D_i} \\ y_{D_i} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & -E\cos\varphi \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & -E\sin\varphi \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_1\cos\beta_i \\ R_1\sin\beta_i \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Cũng xét trong hệ quy chiếu ϑ_2 ta có:

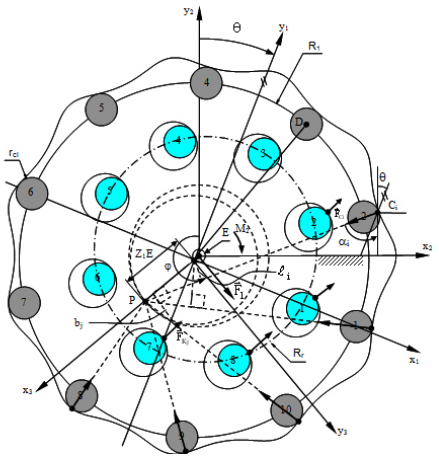
$$\begin{cases} x_P=E(z_1+1)\cos\varphi \\ y_P=E(z_1+1)\sin\varphi \end{cases} \quad (13)$$

Như vậy: $\alpha_i=\tan^{-1}\left[\dfrac{x_{Di}-x_P}{y_{D_i}-y_P}\right]$ (14)

Thay phương trình (12 và 13) vào phương trình (14) ta có:

$$\alpha_i=\tan^{-1}\left[\frac{R_1\cos\theta\cos\beta_i-E(z_2+1)\cos(z_1\theta)}{R_1\sin\theta\sin\beta_i-E(z_2+1)\sin(z_1\theta)}\right] \quad (15)$$

Từ điều kiện (8) theo lập luận từ các tài liệu [1, 9, 11, 12] giải hệ phương trình (5) tính được các lực F_{Ci} và F_{Kj} theo M_1. Hình 2, 3, 4 là kết quả tính toán.



Hình 1 *phân tích lực bánh răng con lăn hypôxiclôít hành tinh.*

III. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Áp dụng tính lực F_{Ci} và F_{Kj} với hộp giảm tốc có thông số kỹ thuật và kích thước cho trong bảng 1 và 2.

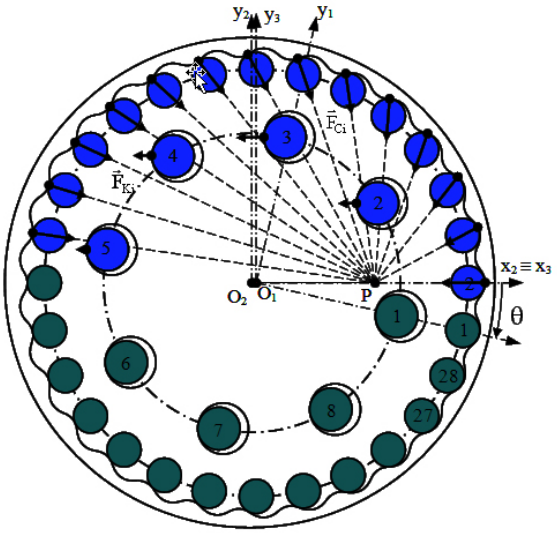
a) Các thông số kỹ thuật của bộ truyền bánh răng con lăn hypôxiclôít

Bảng 1 Thông số kỹ thuật đầu vào

i	P_1	n_1
29	1,92 Kw	1500 (vòng/phút)

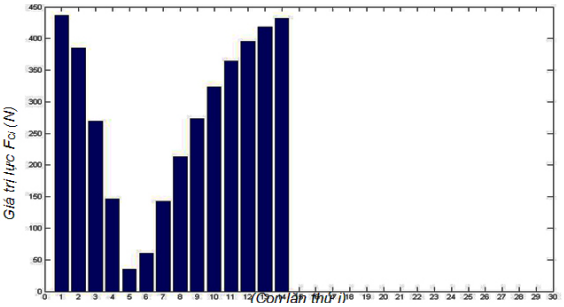
Bảng 2 Thông số kích thước bộ truyền

R_1	E	r_{cl}	R_r	r_{cr}	z_1	z_2	g
(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)			
100	2	8	70	10	28	29	8

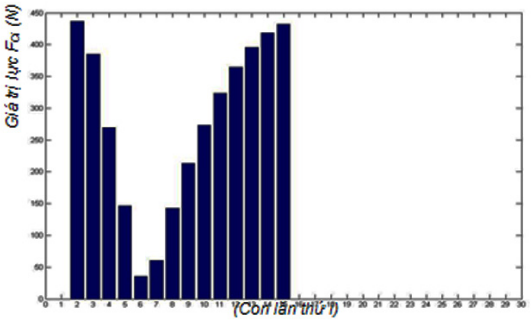


Hình 2. *Kết quả phân tích lực*
Được lập trình tính toán bằng Autolisp khi trục vào quay 360⁰ theo chiều ngược chiều kim đồng hồ trục ra quay 12,41⁰ theo chiều ngược lại.

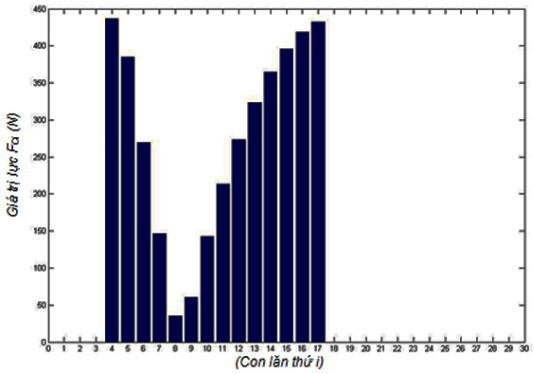
b) Lực tác dụng từ bánh răng hypôxiclôít lên các con lăn của bánh răng con lăn



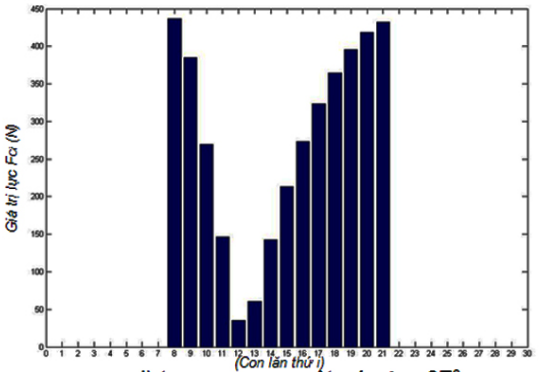
a) trục ra quay một góc θ = 0⁰



b) trục ra quay một góc θ = 12,41⁰



c) trục ra quay một góc θ=24,83⁰

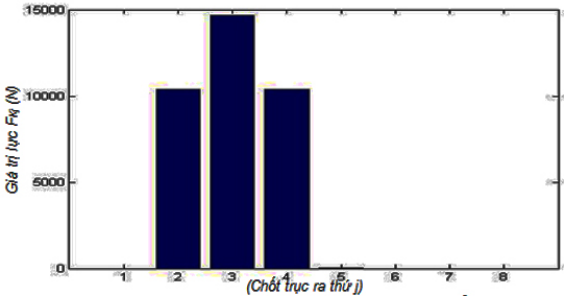


d) trục ra quay một góc θ = 87⁰

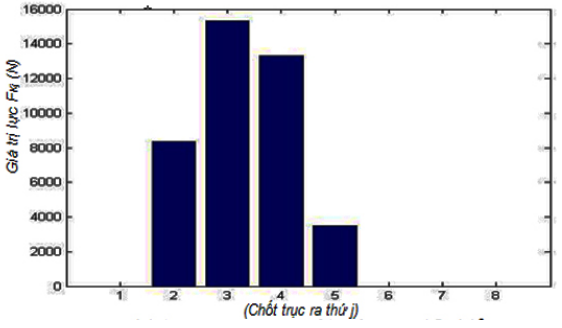
Hình 3:*Biểu đồ lực Fci tác dụng lên các con lăn.*

c) Lực tác dụng từ các chốt trục ra lên bánh răng con lăn

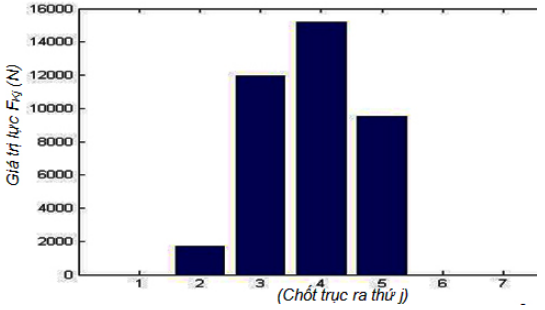
Tương ứng với các biểu đồ lực F_{Ci} tại từng thời điểm tương ứng với góc quay trục ra θ ta có biểu đồ của các lực F_{Kj}



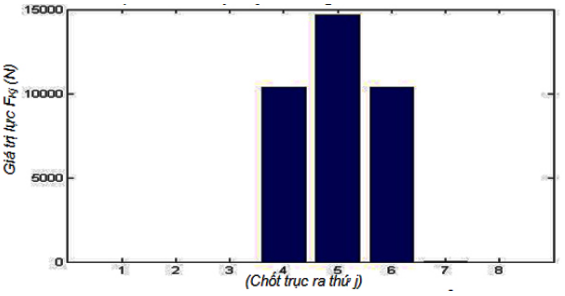
a) trục ra quay một góc θ = 0⁰



b) trục ra quay một góc θ= 12,41⁰



c) trục ra quay một góc θ=24,83⁰



d) trục ra quay một góc θ = 87⁰

Hình 4. *Biểu đồ lực FKj tác dụng lên br con lăn.*

IV. KẾT LUẬN

Quy luật phân bố lực tại các điểm tiếp xúc giữa các con lăn của bánh răng chốt với vành răng hypôxiclôít và lực của các chốt trục ra với bánh răng hypôxiclôít trong quá trình ăn khớp được xác định trong bài báo là cơ sở cho các tính toán, kiểm nghiệm trong quá trình thiết kế các chi tiết còn lại của hộp giảm tốc bánh răng hành tinh con lăn hypôxiclôít mà tác giả sẽ trình bày trong một dịp tới đây.

V. TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Marko Ristic, Milorad Kocic, Ana ALIL, Olivera Ilic, Jelena Ignjatovic; *distribution of loads of cycloid speed reducer*; scientific bulletin of the politehnica, university of timisoara, romania transactions on mechanics,(2011) pp 69-73.

[2] Bingkui Chen , Hui Zhong, Jingya Liu, Chaoyang Li, Tingting Fang ; *Generation and investigation of a new cycloid drive with double contact*; Mechanism and Machine Theory 49 (2012), pp 270–283.

[3] Won-Ki Nam and Se-Hoon Oh; *A design of speed reducer with trapezoidal tooth profile for robot manipulator*; Journal of Mechanical Science and Technology 25 (1) (2011) 171-176.

[4] Zbyn˘ek Šír, Bohumír Bastl, Miroslav Lávi˘cka; *Hermite interpolation by hypocycloids and epicycloids with rational offsets*; Computer Aided Geometric Design 27 (2010) 405–417.

[5] Mirko Blagojević, Vera Nikolić-Stanojević, *Nenad Marjanović, Ljiljana Veljović; Analysis of Cycloid Drive Dynamic Behavior*; Scientific Technical Review,Vol.LIX,No.1, 2009, pp 52 – 56.

[6] Joong-Ho Shin, Soon-Man Kwon; *On the lobe profile design in a cycloid reducer using instant velocity center*; Mechanism and Machine Theory 41 (2006), pp 596–616.

[7] D. C. H. Yang, J. G. Blanche ; *Design and application guidelines for cycloid drives with machining tolerances*; *Mech. Mach. Theory* Vol. 25, No. 5,(1990) pp. 487-501.

[8] Dzmitry O. Tsetserukou, Vladimir L. Basinuk, Elena I. Mardosevich, Alena V. Neviarouskaya; *Contact force distribution among pins of trochoid transmissions;* XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics;Warsaw, Poland, August 15-21, 2004;

[9] Mirko Blagojević , Nenad Marjanović , Blaža Stojanović , Zorica Đorđević , Milorad Koeić, *Influence of friction on the force distribution at cycloidal speed reducer*; 12th International Conference on Tribology – Serbiatrib'11 (2011). pp 226-229.

[10] Yunhong Meng, Changlin Wu, Liping Ling; *Mathematical modeling of the transmission performance of 2K–H pin cycloid planetary mechanism*; Mechanism and Machine Theory 42 (2007) 776–790.

[11] Piermaria Davoli, Carlo Gorla, Francesco Rosa, Claudio Longoni, Franco Chiozzi, Alessandro Samarani; *Theoretical and experimental analysis of a cycloidal speed reducer*; Proceedings of PTG 2007, ASME 2007 10th ASME International Power Transmission and Gearing Conference, September 4-7, (2007), Las Vegas, USA.

[12] K. Malhotra, M. A. ParamesWaran; *Analysis of a cycloid speed reducer***;** *Mechanism and Machine Theory* Vol. 18, No. 6, (1983) pp. 491-499.