

PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG VÀ DÒ TÌM VẾT NÚT TRONG TẤM FGMs BẰNG PHƯƠNG PHÁP XFEM VÀ WAVELET

Chương Thiết Tú¹, Hoàng Trung Hiền², Trần Thị Trà Mí³

Lâm Phát Thuận⁴, Nguyễn Hoài Sơn⁵.

^{1,2,3}Khoa Cơ Khí Chế Tạo Máy,

^{4,5}Khoa Xây Dựng và Cơ Học Ứng Dụng

Trường Đại Học Sư Phạm Kỹ Thuật TP.HCM

TÓM TẮT:

Trong cơ học phá hủy, việc tìm ra vết nứt trong tấm là một vấn đề quan trọng nhưng là một điều không dễ dàng, để tìm ra vết nứt người ta dùng máy dò tìm siêu âm, đo nhiễu xạ... Tuy nhiên, khi kết cấu có chứa vết nứt thì các đặc tính của nó như tần số dao động tự nhiên, hình dạng dao động... sẽ bị thay đổi. Trong nội dung của bài báo này tác giả sẽ trình bày một phương pháp xác định vết nứt trong tấm FGM dựa trên sự phân tích hình dạng dao động của tấm bằng phép phân tích Wavelet.

Trong thực tế các tần số và hình dạng các dao động của tấm bị nứt thường được xác định bằng các thiết bị đo lường, dữ liệu của hình dạng dao động sau khi đo đạc sẽ được xử lý sau đó sẽ dùng làm tín hiệu phân tích Wavelet để tìm ra vết nứt. Trong bài nghiên cứu này, tác giả đề xuất dùng phép biến đổi Wavelet hai chiều để phân tích hình dạng dao động của tấm, kết quả phân tích cho thấy phương pháp đề xuất không chỉ chính xác mà còn rất trực quan.

Các từ khoá: Phân tích Wavelet, nhận diện vết nứt, phát hiện vết nứt, vật liệu tấm phân lớp theo chức năng (FGM), dao động riêng, XFEM.

ABSTRACT

In fracture mechanics, crack identification is an important issue but it's not easy to carry out, crack identification can detect by ultrasonic, diffraction method and so on. When a structure has a crack, the dynamic characteristics of the structure, such as natural frequencies and mode shapes, will be changed. In this paper, a method based on the wavelet analysis of modal vibration data is introduced to detect the cracks in the Functionally Graded Material (FGM) plate based on analyzing free vibration of a FGM plate by wavelet analysis. In practice, the modal vibration data which include the natural frequencies and mode shapes of cracked plate are usually defined by measured equipments, measurement data of free vibration will be processed by Wavelet to detect the crack of plate.... In this research, the two-dimensional wavelet transform to analysis vibration signal. The numerical results show that the proposed method is not only accurate but also relatively visual.

Key words: Wavelet analysis, Crack identification, Detection of crack, Functionally graded material (FGM) plate, Vibration mode, XFEM

1. Giới thiệu

Vật liệu phân loại theo chức năng (FGMs) thường được kết hợp hai hay nhiều loại vật liệu (như gốm, kim loại, oxit kim loại...) với tỉ lệ thể tích thay đổi liên tiếp theo hướng định trước của kết cấu, vì vậy nó thừa hưởng được những tính chất tốt của từng loại vật liệu tạo nên nó ví dụ: Vật liệu FGM được tạo thành từ gốm và kim loại thì sẽ có khả năng chịu được nhiệt độ cực kỳ cao, mặt khác vẫn đảm bảo tính dẻo do tính chất của kim loại. Do vậy, FGMs trở thành một vật liệu quan trọng trong các ngành hàng không, hạt nhân và một số lĩnh vực khác như xây dựng, ô tô, công nghiệp điện tử... đặc biệt là ngành công nghệ vũ trụ.

Khi kết cấu có vết nứt thì các đặc tính động học của kết cấu sẽ thay đổi, điều này ảnh hưởng đến khả năng làm việc của kết cấu, do vậy việc tính toán và phân tích đáp ứng động học của kết cấu là việc rất quan trọng, có nhiều cách xác định vị trí của vết nứt trong kết cấu một trong những công cụ mạnh đó là phép phân tích Wavelet, một số nghiên cứu ứng dụng phép phân tích Wavelet trong việc xác định vết nứt và sự phá hủy trong kết cấu đã được công bố [1][2][3][8][9] đã chứng minh khả năng và hiệu quả của phép phân tích Wavelet trong lĩnh vực này. Tuy nhiên, việc nghiên cứu ứng dụng phép phân tích Wavelet hai chiều để phân tích đặc tính động học của tấm vẫn còn hạn chế.

Trong bài báo này, một phương pháp dựa trên cơ sở của phép biến đổi Wavelet hai chiều không liên tục từ dữ liệu dao động tự do của tấm để tìm ra vị trí vết nứt chứa trong nó. Biến đổi Wavelet hai chiều là phương pháp biến đổi phức tạp nhưng kết quả đạt được rất chính xác và rõ ràng.

Phương pháp số được dùng trong nghiên cứu này là phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng (XFEM), được đưa ra từ năm 1999 bởi T. Belytscko và Moes [10][14] dựa trên ý tưởng của sự phân chia đơn nhất. Sau đó, nhiều nghiên cứu trong lĩnh vực cơ học phá hủy đã ứng dụng, hoàn thiện XFEM và chứng minh những ưu điểm vượt trội của nó trong việc giải các bài toán trong miền không liên tục. Nghiên cứu của John Dolbow và cộng sự [6] đã chỉ ra cách mô hình hóa tấm có chứa vết nứt theo lý thuyết Mindlin-Reissner bằng XFEM, dùng phần tử MITC4 để giải quyết vấn đề shear-locking. Gần đây, dao động trong tấm FGMs có chứa vết nứt đã được nghiên cứu và công bố bởi S. Natarajan và cộng sự [13] đã góp phần vào việc nghiên cứu các đặc tính của vật liệu FG và là động lực thúc đẩy chúng tôi thực hiện đề tài này.

Bài báo sẽ được cấu trúc như sau: phần tiếp theo sẽ trình bày về vật liệu FG. Nội dung phần 3, chúng tôi sẽ giới thiệu ngắn gọn về phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng sử dụng phần tử MITC4. Trong phần 4, sẽ trình bày tóm tắt về phép biến đổi Wavelet và thuật toán dò tìm vết nứt dựa trên dữ liệu của phân tích hình dạng dao động bằng phép biến đổi Wavelet hai chiều. Kết quả số sẽ được trình bày trong phần 5 với hai trường hợp tấm FGMs hình vuông và hình chữ nhật và phần cuối sẽ là một vài kết luận và nhận xét dựa trên các kết quả đã được nêu trong bài báo.

2. Mô hình tấm Mindlin dùng vật liệu phân loại theo chức năng

2.1. Vật liệu phân loại theo chức năng FGM

Vật liệu phân loại theo chức năng (Functionally graded material -FGM) được tạo thành bằng cách kết hợp hai hoặc nhiều loại vật liệu với nhau, trong bài báo chúng tôi chỉ xét tấm FGM được cấu thành từ hai loại vật liệu Gốm và Kim loại. Gốm có thể chống lại nhiệt độ cao và dẫn nhiệt thấp trong khi kim loại có thể duy trì tính dẻo dai của kết cấu dưới tải trọng nhiệt.

Tỉ lệ thể tích của gốm và kim loại trong vật liệu có quan hệ với nhau theo hệ thức: $V_c + V_m = 1$ và được cho bởi [6]

$$V_c(z) = \left(\frac{1+z}{2}\right)^n, \quad n \geq 0 \quad (1)$$

Trong đó z là chiều dày của tấm, $z \in \left(-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right)$; n là số mũ thể tích của phân tử, cũng được xem là hệ số gradient.

Sự thay đổi thể tích phân tử của gốm và kim loại trong tấm FGM theo hướng bề dày như hình 1. Khi $n = 0$, tấm chứa hoàn toàn vật liệu gốm và khi $n \rightarrow \infty$, tấm hoàn toàn là kim loại đồng nhất.

Khối lượng riêng của tấm được cho bởi quan hệ sau: $\rho = \rho_c V_c + \rho_m V_m$ (2)

Trong đó chỉ số ‘c’ là biểu thị cho vật liệu gốm, chỉ số ‘m’ là biểu thị cho vật liệu kim loại.

Đặc trưng của vật liệu FG bao gồm hai thành phần gốm và kim loại theo [14], được tính toán như sau:

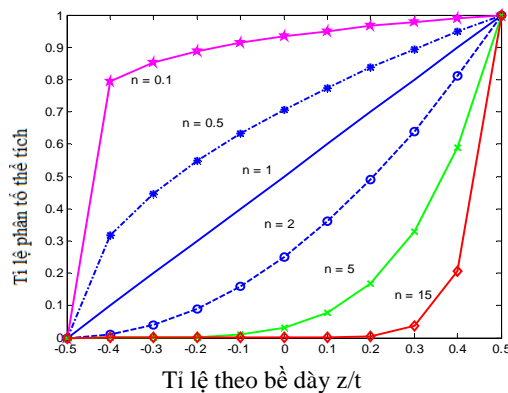
$$P(z) = (P_c - P_m)V_c(z) + P_m \quad (3)$$

Trong đó: P_c và P_m là các đặc trưng của vật liệu bao gồm (môđun đàn hồi Young, hệ số poisson,...)

Ngoài ra sự phụ thuộc về nhiệt độ của vật liệu FG không theo qui luật trên và nó được tính toán theo hệ thức:

$$P = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (4)$$

Trong đó: $P_0, P_{-1}, P_1, P_2, P_3$ là các hệ số của nhiệt độ T và duy nhất cho mỗi phân tử.



Hình 1: Sự biến thiên của thể tích phân tử đối nghịch với chiều dày vô hướng.

2.2. Mô hình tính toán tấm FGM

Chuyển vị tại một điểm (x,y,z) trong tấm FGM sử dụng lí thuyết biến dạng Mindlin-Ressiner được mô tả bằng các chuyển vị của mặt trung bình u_0, v_0, w_0 và các hệ số góc quay độc lập θ_x, θ_y theo [13] ta có :

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\theta_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (5)$$

Trong đó t là thời gian khảo sát. Các hệ số biến dạng của mặt trung bình được viết như sau:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_p \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} z\boldsymbol{\varepsilon}_b \\ \boldsymbol{\varepsilon}_s \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Với $\boldsymbol{\varepsilon}_p$, $\boldsymbol{\varepsilon}_b$, $\boldsymbol{\varepsilon}_s$ là biến dạng của mặt trung hòa tương ứng với biến dạng uốn, biến dạng trượt và được cho bởi:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p = \begin{Bmatrix} u_{o,x} \\ v_{o,y} \\ u_{o,y} + v_{o,x} \end{Bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon}_b = \begin{Bmatrix} \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \end{Bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon}_s = \begin{Bmatrix} \theta_x + w_{o,x} \\ \theta_y + w_{o,y} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Với kí hiệu “ x ” là đạo hàm của hàm đó theo biến x , tương tự cho “ y ”

Kết quả của ứng suất màng N và ứng suất uốn M được cho bởi :

$$N = \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = A\boldsymbol{\varepsilon}_p + B\boldsymbol{\varepsilon}_b; M = \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = B\boldsymbol{\varepsilon}_p + D_b\boldsymbol{\varepsilon}_b \quad (8)$$

Với ma trận $A = A_{ij}$, $B = B_{ij}$, $D_b = D_{ij}$, ($i, j = 1, 2, 6$) là các ma trận độ cứng gây ra do sức căng, ma trận độ cứng kể đến sự kết hợp của tấm chịu uốn và chịu sức căng đồng thời, ma trận độ cứng tấm chịu uốn, các ma trận này được tính toán như sau:

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} \{1, z, z^2\} dz \quad (9)$$

Lực cắt $Q = \{Q_{xz}, Q_{yz}\}$ được định nghĩa tương tự như sau: $Q_{ij} = E_{ij}\boldsymbol{\varepsilon}_s$ (10)

Trong đó: $E_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} \nu_i \nu_j dz$; ($i, j = 4, 5$) : ma trận hệ chống cắt theo phương ngang, ν_i và ν_j là hệ số trượt không đồng nhất theo phương ngang, thay đổi theo độ dày của tấm

Các hệ số \bar{Q}_{ij} được tính toán như sau:

$$\bar{Q}_{11} = \bar{Q}_{22} = \frac{E(z,T)}{1-\nu^2}; \bar{Q}_{12} = \frac{\nu E(z,T)}{1-\nu^2}; \bar{Q}_{16} = \bar{Q}_{26} = 0 \quad (11)$$

$$\bar{Q}_{44} = \bar{Q}_{55} = \bar{Q}_{66} = \frac{E(z,T)}{2(1+\nu)}$$

Trong đó : $E(z,T)$ là moodul đàn hồi và ν là hệ số Poisson tuân theo qui luật hàm mũ.

Năng lượng biến dạng U được tính như sau:

$$U(\delta) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{ \boldsymbol{\varepsilon}_p^T A \boldsymbol{\varepsilon}_p + \boldsymbol{\varepsilon}_p^T B \boldsymbol{\varepsilon}_b + \boldsymbol{\varepsilon}_b^T B \boldsymbol{\varepsilon}_p + \boldsymbol{\varepsilon}_b^T D_b \boldsymbol{\varepsilon}_b + \boldsymbol{\varepsilon}_s^T B \boldsymbol{\varepsilon}_s \} d\Omega \quad (13)$$

Giả sử $\delta(u, v, w, \theta_x, \theta_y)$ là vector chứa các chuyển vị của các nút theo các bậc tự do, năng lượng biến dạng được viết lại: $U(\delta) = \frac{1}{2} \delta^T K \delta$ (14)

Với K là ma trận độ cứng tuyến tính, Biểu thức động năng của tấm:

$$T(\delta) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{ I_o (\dot{u}_o^2 + \dot{v}_o^2 + \dot{w}_o^2) + I_1 (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) \} d\Omega \quad (15)$$

Trong đó: $I_o = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) dz$, $I_1 = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \rho(z) dz$ và $\rho(z)$ là khối lượng riêng của tấm biến thiên theo chiều dày của tấm theo quy luật hàm mũ.

Thay hàm (14), (15) và phương trình chuyển động của Lagrange, sau đó biến đổi thu gọn ta được:

$$M \ddot{\delta} + K \delta = 0 \quad (16)$$

Trong đó : M là ma trận khối lượng , K là ma trận độ cứng của hệ

Từ phương trình (16) ta có thể tìm ra hàm trị riêng như sau: $(K - \omega^2 M) \delta = 0$ (17)

Với ω là tần số dao động riêng của tấm.

3. Tóm tắt phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng dùng phần tử MICT4

Phần tử hữu hạn mở rộng được đưa ra lần đầu tiên vào năm 1999 bởi T.Belytschko, Black và Moes[10][14]. Trong phương pháp này lưới phân tử được độc lập không cần tuân theo vết nứt, ưu điểm này giúp vượt qua khó khăn của việc phải chia lại lưới nếu giải các bài toán không liên tục bằng phương pháp phần tử hữu hạn truyền thống (FEM), đặc biệt là các bài toán mô phỏng sự phát triển của vết nứt. Trong XFEM, hàm làm giàu được sử dụng để thể hiện các ảnh hưởng của vết nứt và trường chuyển vị được xấp xỉ bởi:

$$u^h(x) = \sum_{i \in N^{FEM}} N_i(x) q_i + \text{phần làm giàu} \quad (18)$$

Trong đó: $N_i(x)$ là hàm dạng hữu hạn tiêu chuẩn, q_i chuyển vị của nút thứ i và i là chỉ số của phần tử, đối với phần tử chữ nhật $i=1,2,3,4$.

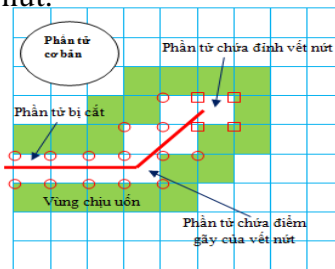
Trong hình 2, những nút được đánh dấu với những chấm tròn và vuông là những nút sẽ được làm giàu bởi hàm không liên tục và hàm cận đỉnh vết nứt tương ứng, vùng nằm giữa miền làm giàu và miền cơ bản được gọi là miền biến dạng, trên vùng này chỉ có một số nút của phần tử được làm giàu.

Đối với trường hợp của tấm FGM, mỗi nút của phần tử có 5 bậc tự do $(u, v, w, \theta_x, \theta_y)$, thành phần chuyển vị và xoay theo [13]:

$$\begin{aligned} (u^h, v^h, w^h)(x) = & \sum_{i \in N^{FEM}} N_i(x) (u_i, v_i, w_i) + \sum_{j \in N^H} N_j(x) H_j(x) (a_j^u, a_j^v, a_j^w) \\ & + \sum_{k \in N^B} N_k(x) \sum_{\alpha=1}^4 G_{\alpha k}(r, \theta) (\mathbf{b}_{\alpha k}^u, \mathbf{b}_{\alpha k}^v, \mathbf{b}_{\alpha k}^w) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} (\theta_x^h, \theta_y^h)(x) = & \sum_{i \in N^{FEM}} N_i(x) (\theta_{xi}^h, \theta_{yi}^h) + \sum_{j \in N^H} N_j(x) H_j(x) (a_j^{\theta_x}, a_j^{\theta_y}) \\ & + \sum_{k \in N^B} N_k(x) \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha k}(r, \theta) (\mathbf{b}_{\alpha k}^{\theta_x}, \mathbf{b}_{\alpha k}^{\theta_y}) \end{aligned} \quad (20)$$

Trong đó $a_j, b_{\alpha k}$ lần lượt là nút được làm giàu và vector bậc tự do được liên kết với hàm Heavisid và hàm cận đỉnh vết nứt.



Hình 2: Mô hình vết nứt với nút làm giàu trong XFEM

G_k, F_k trong phương trình (19), (20) là hàm tiệm cận đỉnh vết nứt được diễn đạt bởi:

$$\{G_k(r, \theta)\} \equiv \left\{ r^{3/2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), r^{3/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), r^{3/2} \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right), r^{3/2} \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right\} \quad (21)$$

$$\{F_k(r, \theta)\} \equiv \left\{ r \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), r \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), r \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \theta, r \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \right\} \quad (22)$$

Nếu chúng ta sử dụng hàm nội suy trên để tính toán biến dạng cắt và biến dạng uốn một cách trực tiếp, phần tử sẽ bị khóa và chỉ biểu thị dao động của ứng suất cắt và màng, hiện tượng này gọi là shear-locking, hiện tượng này gây ảnh hưởng nhiều đến kết quả và độ chính xác của các lời giải.

Để loại bỏ hiện tượng shear-locking dùng phương pháp MITC4 để chuyển các xấp xỉ của phần biến dạng xoay về các số hạng của biến dạng cắt [6]:

$$\begin{aligned} (\theta_x^h, \theta_y^h)(x) = & \sum_{i \in N^{FEM}} \tilde{N}_i(x) (\theta_{xi}^h, \theta_{yi}^h) + \sum_{j \in N^h} \tilde{N}_j(x) H_j(x) (a_j^{\theta_x}, a_j^{\theta_y}) \\ & + \sum_{k \in N^B} \tilde{N}_k(x) \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha k}(r, \theta) (\mathbf{b}_{\alpha k}^{\theta_x}, \mathbf{b}_{\alpha k}^{\theta_y}) \end{aligned} \quad (23)$$

Với \tilde{N}_j là hàm dạng đã được hiệu chỉnh, chi tiết xem thêm [5]

4. Biến đổi Wavelet

4.1. Biến đổi Wavelet liên tục

Biến đổi Wavelet bắt đầu với việc lựa chọn một hàm Wavelet cơ sở của một họ nào đó. Hàm cơ sở này được gọi là ‘hàm Wavelet mẹ’ ψ_x , biến đổi Wavelet liên tục- CWT được thực hiện như sau [1]:

$$C(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{a,b}(x) dx \quad (24)$$

Với $a > 0, b \in R$ là hệ số tỉ lệ và hệ số dịch. Kết quả của phép biến đổi CWT là bộ hệ số $C(a, b)$ thể hiện mối tương quan giữa hàm Wavelet và tín hiệu phân tích $f(x)$.

4.2. Biến đổi Wavelet rời rạc

Một nhược điểm của CWT là tạo ra quá nhiều hệ số $C(a, b)$ trong quá trình phân tích, để giảm khối lượng tính toán mà vẫn đảm bảo được các thông tin cần thiết, người ta dùng phép biến đổi Wavelet rời rạc (DWT), trong phép biến đổi này chỉ số tỉ lệ a và chỉ số dịch b sẽ được chọn theo các mức rời rạc, theo [3][8] hệ số tỉ lệ và hệ số dịch được định nghĩa như sau: $a = 2^j, b = k \cdot 2^j$ với $(j, k) \in Z$, chỉ số j được xem là mức rời rạc. các hệ số của phép biến đổi Wavelet rời rạc được tính như sau:

$$C_{j,k} = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi(2^{-j}x - k) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{j,k}(x) dx \quad (25)$$

Tín hiệu sẽ được đi qua các bộ lọc, bộ lọc tần số cao và bộ lọc tần số thấp, sau khi tín hiệu qua các bộ lọc tương ứng sẽ phân ra thành 2 tín hiệu nhỏ, một chứa tần số cao, một chứa tần số thấp.

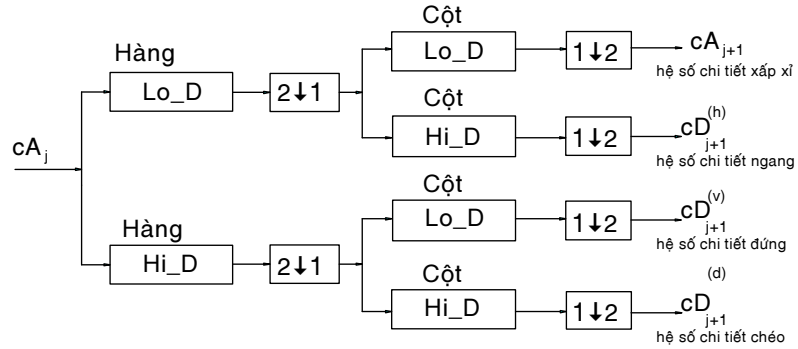
Tính toán các hệ số Wavelet nếu giá trị của $a < a_0$, gồm các tần số cao của tín hiệu, nếu như $a > a_0$ được xem như một tín hiệu can thiệp hoặc nhiễu, khi tái tạo tín hiệu cần thêm thông tin của phần tín hiệu có giá trị $a > a_0$, để làm việc này chúng ta cần thêm một hàm tỉ lệ $\phi(x)$.

Một tín hiệu trong DWT có thể được biểu diễn bằng các hệ số xấp xỉ và hệ số chi tiết:

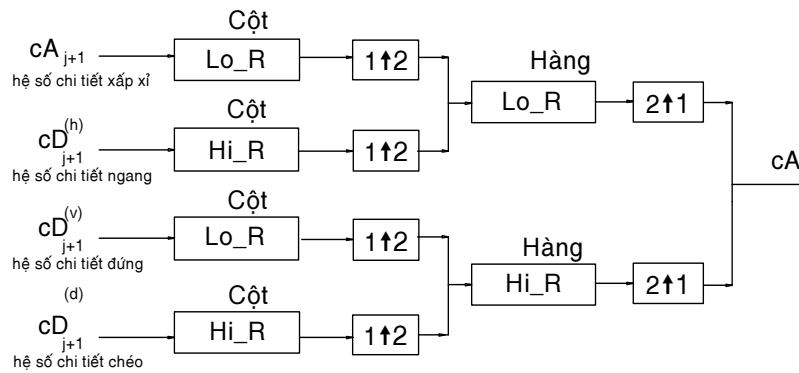
$$f(x) = A_j(x) + \sum_{j \leq J} D_j(x) \quad (26)$$

Trong đó: $A_J(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} cA_J(k)\phi_{j,k}(x)$ là hệ số xấp xỉ mức J , $D_J(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} cD_J(k)\psi_{j,k}(x)$ là hệ số chi tiết tại mức $j \leq J$, cD_j , cA_j lần lượt là các hệ số chi tiết và hệ số xấp xỉ tại mức J

4.3. Phép biến đổi Wavelet 2 chiều



Hình 3: Lưu đồ phân tích Wavelet



Hình 4: Lưu đồ tái tạo tín hiệu

Trong đó: $2 \downarrow 1$: hạ mẫu theo cột, giữ lại các cột có chỉ số chẵn; $1 \downarrow 2$: hạ mẫu theo hàng, giữ lại các hàng có chỉ số chẵn; $2 \uparrow 1$: tăng mẫu theo hàng, thêm "0" vào các cột lẻ; $1 \uparrow 2$: tăng mẫu theo cột, thêm "0" vào các hàng có chỉ số lẻ; \otimes : nhân với bộ lọc theo hàng; \otimes : nhân với bộ lọc theo cột

Hàm tỉ lệ và hàm Wavelet hai chiều được xây dựng bằng việc kết hợp hai hàm phân tích một chiều theo hai chiều khác nhau, qui luật kết hợp như sau [12]:

$$\begin{aligned}\psi^1(x, y) &= \phi(x)\psi(y) \\ \psi^2(x, y) &= \psi(x)\phi(y) \\ \psi^3(x, y) &= \psi(x)\psi(y)\end{aligned}\tag{27}$$

Với hàm $\phi(x, y) = \phi(x)\phi(y)$

Hệ số tỉ lệ và hệ số dịch được chọn theo các chỉ số rời rạc để giảm chi phí và khối lượng tính toán, ba hàm Wavelet được viết lại như sau [12]:

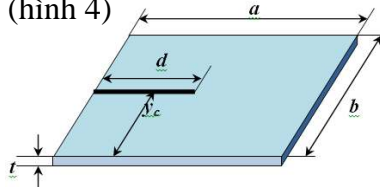
$$\psi_{j,n,m}^k(x, y) = \frac{1}{2^j} \psi^k\left(\frac{x-2^j n}{2^j} - \frac{y-2^j m}{2^j}\right), \quad 1 \leq k \leq 3\tag{29}$$

Hệ số xấp xỉ và hệ số chi tiết được tính toán như phép biến đổi Wavelet một chiều, Các hệ số ψ^1, ψ^2 là những hệ số chi tiết ngang, hệ số chi tiết đứng lần lượt theo phương x và phương y, ψ^3 là hệ số chi tiết chéo là hệ số kết hợp theo hai phương x và y.

5. Kết quả số

Trong phần này chúng tôi sẽ tính toán tần số dao động và hình dạng dao động của tấm FGM có chứa vết nứt, sau đó sẽ phân tích Wavelet cho 2 mode trong số những mode thu được để tìm ra vị trí của vết nứt trong tấm, công việc này được thực hiện cho 2 bài toán tấm vuông và tấm hình chữ nhật.

Xem như tấm khảo sát là tấm đàn hồi hình chữ nhật có chiều dài là a, chiều rộng b, và chiều dày (chiều cao) là t (hình 4)



Hình 4: Tấm phẳng với gờ tựa đơn 4 cạnh

Khảo sát tấm làm bằng vật liệu Al/Al₂O₃ và có thuộc tính vật liệu cho trong bảng 1.

Tần số dao động và hình dáng dao động được tính toán cho hai tấm hình chữ nhật và hình vuông và được so sánh với tần số tham khảo theo [13] và được trình bày chi tiết trong bảng 2 và bảng 3.

Tần số dao động tự do được tính theo [13] như sau:

$$Frq = \omega \left(\frac{b^2}{h}\right) \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}\tag{30}$$

Trong đó: E_c, ν_c là môđun Young và hệ số poisson của vật liệu gốm, ρ_c là khối lượng riêng của vật liệu gốm.

Bảng 1: Thuộc tính vật liệu theo từng thành phần của vật liệu FG

Vật liệu	Thuộc tính vật liệu		
	E (GPa)	ν	ρ (Kg/m ³)
Aluminum (Al)	70.0	0.3	2702
Alumina (Al ₂ O ₃)	380.0	0.3	3800

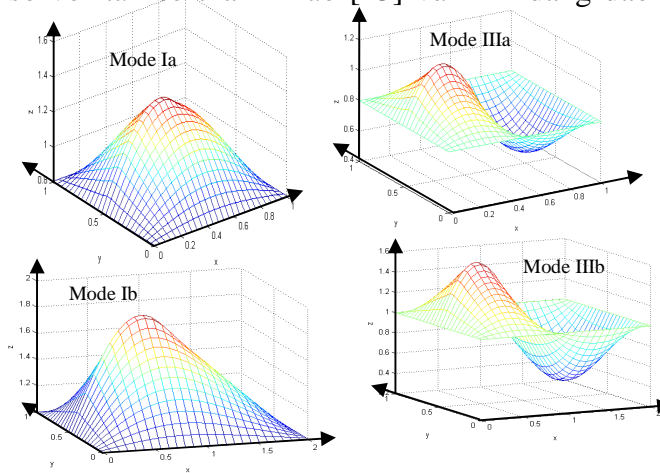
Bảng 2: So sánh tần số tham khảo và tần số tính toán của tấm Al/Al₂O₃ vuông với vết nứt cạnh, điều kiện gồ tựa đơn ở 4 cạnh ($a/b = 1, a/h = 10, y_c/a = 0.5, d/a = 0.5$).

	Mode I	Mode II	Mode III
Tham khảo [13]	4.122	8.856	10.250
Kết quả tính toán	4.191	7.704	10.050

Bảng 3: So sánh tần số tham khảo và tần số tính toán của tấm Al/Al₂O₃ vuông với điều kiện gồ tựa đơn ở 4 cạnh ($a/b = 2, a/h = 100, y_c/a = 0.5, d/a = 0.5$).

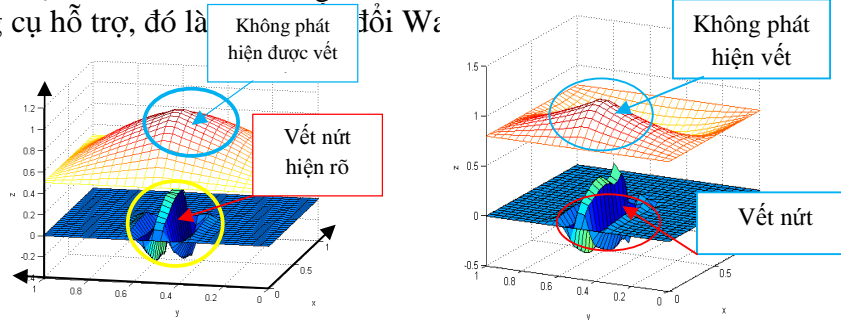
	Mode I	Mode II	Mode III	Mode IV	Mode V
Tham khảo [13]	3.055	5.508	5.665	9.382	12.861
Kết quả tính toán	2.931	5.153	5.476	8.775	11.964

Trong cả hai bài toán trên tác giả chỉ chia lưới phần tử 26x26, nhưng kết quả có thể chấp nhận được so với tần số tham khảo [13] và hình dạng dao động được trình bày trong hình 5&6.

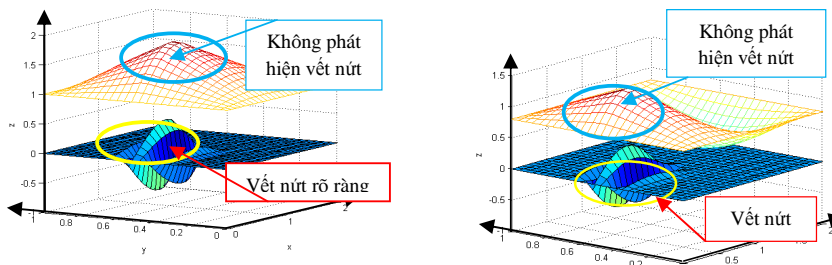


Hình 6: Hình dạng dao động của tấm a) tấm vuông, b) tấm hình chữ nhật

Khi quan sát hình dạng dao động trên hình 5 và hình 6, chúng ta không thể nào phát hiện được vị trí của vết nứt trong tấm, để tìm ra vết nứt trong tấm chúng ta cần thêm một công cụ hỗ trợ, đó là phân tích Wavelet. Hình 7



Hình 7: Phân tích Wavelet cho tấm vuông- mode I và mode III



Hình 8: Phân tích Wavelet cho tấm hình chữ nhật- model I và model III

Nhận xét: Qua hình ảnh của dao động tự do của mode I và III, chúng ta không thể nào phát hiện được vị trí của vết nứt, sau khi phân tích Wavelet loại bỏ đi các thành phần không mang thông tin, tái tạo lại chi tiết, trên hình ảnh được tái tạo lại chúng ta thấy có sự đột biến trên chi tiết tái tạo, đó chính là vị trí của vết nứt.

6. Kết luận

Trong bài báo này, tác giả đã thành công trong việc nghiên cứu ứng dụng công cụ phân tích Wavelet hai chiều trong việc phát hiện vết nứt trong tấm FGM, nghiên cứu này đã cung cấp thêm một công cụ trực quan để phát hiện vết nứt, phân tích Wavelet đặc biệt nhạy trong việc phát hiện những điểm bất liên tục cho dù rất nhỏ. Vì thế, phân tích Wavelet có thể ứng dụng để dò tìm vết nứt không chỉ đối với tấm mà còn có thể dùng trong dò tìm vết nứt trong các cơ cấu, chi tiết cơ khí....

Tài liệu tham khảo

- [1] A.A. Lonkar, R.K. Srivastava, " *Crack detection in structure using Wavelet transform and higher order differentiated mode shapes*", MIT International of Mechanical Engineering 2011; 1:26-34.
- [2] Ales Belsak, Joze Flasker, " *Wavelet analysis for gear crack identification*", Engineering Failure Analysis 2009; 16:1983-1990.
- [3] D.K. Ruch, P.J. Van Fleet, " *Wavelet Theory – An Elementary Approach with Applications*", John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- [4] F. Brezzi, K. Bathe, M. Fortin., " *Mixed-interpolated elements for Reissner-Mindlin plates*", International Journal of Numerical Methods in Engineering 1989; 28:1787-1801.
- [5] G.E.P. Box, M.E. Muller, " *A Note on the Generation of Random Normal Deviates*", The Annals of Mathematical Statistics 1958; 29:610-611.
- [6] J. Dolbow, N. Moes, T. Belytschko, " *Modeling fracture in Mindlin – Reissner plates with the extended finite element method*", International Journal of Solids and Structures 2000; 37: 7161-7163.
- [7] M. Bachene, R. Tiberkak, S. Rechak, " *Vibration analysis of cracked plates using the extended finite element method*", Arch Applied Mechanics 2009; 79: 249-262.
- [8] M. Vetterli, J. Kovacevic, V.K. Goyal, " *Fourier and Wavelet Signal Processing*", 2011.
- [9] Mohammad Ali Lotfollahi-Yaghin, Mohammad Amin Hesari, " *Using Wavelet analysis in crack detection at the Arch concrete dam under frequency analysis with FEM*".
- [10] N. Moes, J. Dolbow, T. Belytschko, " *A finite element method for crack growth without remeshing*", International Journal for numerical methods in Engineering 1999; 46: 131-150.
- [11] Sh. Hosseini-Hashemi, H. Rokni Damavandi Taher, H. Akhavan, M. Omidi, " *Free vibration of functionally graded rectangular plates using first-order shear deformation plate theory*", Applied Mathematical Modelling 2010; 34: 1276-1291.

- [12] S. Loutridis, E. Douka, L.J. Hadjileontiadis, A. Trochidis, "A two-dimensional Wavelet transform for detection of cracks in plates", Engineering Structures 2005; 27: 1327-1338.
- [13] S. Natarajan, P.M. Baiz, S. Bordas, T. Rabczuk, P. Kerfriden, "Natural frequencies of cracked functionally graded material plates by the extended finite element method", Composite Structures 2011; 93: 3082-3092.
- [14] T. Belytschko, T. Black, "Elastic Crack Growth in Finite Element with minimal Remeshing", International Journal for numerical methods in Engineering 1999; 45: 601-620.