

MÔ HÌNH HÓA CƠ CHẾ PHÁ HỦY CỦA VẬT LIỆU COMPOSITE SỢI NGẮN

MODELING THE FRACTURE MECHANISM OF SHORT FIBER COMPOSITE

Lê Hiếu Giang
Nguyễn Thị Bích Nga
Đại Học Sư Phạm Kỹ Thuật TPHCM

TÓM TẮT

Lý thuyết về cơ học phá hủy đã và đang được nghiên cứu rất sâu đối với nhiều loại vật liệu [1-9]. Tuy nhiên, đối với những dạng vật liệu composite khác nhau, những nghiên cứu về phá hủy vẫn thật cần thiết cho việc hiểu sâu hơn trong lĩnh vực này.

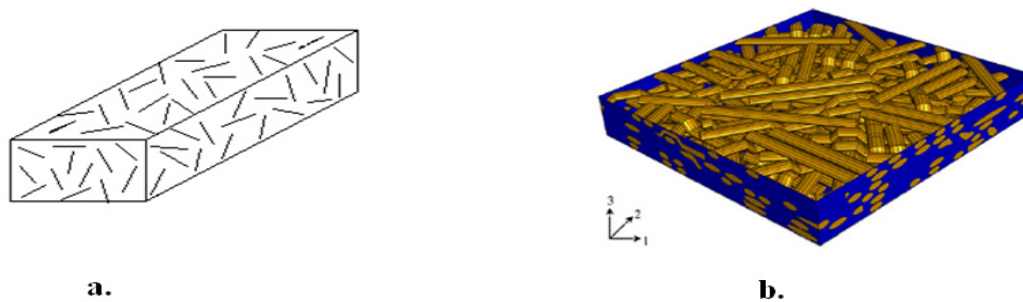
Trên cơ sở đưa ra mô hình phá hủy của vật liệu composite sợi ngắn với giả thiết là sợi ngắn được phân bố đều và ngẫu nhiên trong không gian, cơ chế phá hủy vật liệu composite sợi ngắn đã được mô hình hóa để tính toán tốc độ giải phóng năng lượng G_{IC} . Đây là cơ sở để có thể dự báo về sự phá hủy của composite loại này.

ABSTRACT

The theory of fracture mechanics to different materials has been comprehended deeply [1-9]. However there are still lots of problems that need to be solved in various composite materials.

Basing on the proposed fracture model of short fiber composite material with the premise in which short fibers are distributed evenly and randomly in the material, the fracture mechanism of the composite has been modeled to determine the energy release rate G_{IC} . This is the important data to determine the fracture of the material.

1. GIẢ THUYẾT CỦA MÔ HÌNH ĐỐI VỚI COMPOSITE SỢI NGẮN



Hình 1. Các sợi ngắn phân bố ngẫu nhiên, đồng nhất theo ba chiều trong không gian: a) mô hình tổng thể, b) một phần thể tích đại diện của mô hình composite gia cường sợi ngắn ngẫu nhiên [4].

Giả thuyết rằng chiều dài L của tất cả các sợi là như nhau (L thỏa mãn điều kiện là sợi ngắn: $L_c < L < 15L_c$; trong đó L_c là chiều dài tới hạn của sợi bị đứt [3]), và các sợi ngắn phân bố hoàn

toàn ngẫu nhiên (hình 1). Với giả thuyết này, vật liệu này trở thành vật liệu composite sợi ngắn đẳng hướng. Thành phần thể tích của sợi và nền được ký hiệu bởi V_f và V_m ; (trong đó $V_f + V_m =$

1). Với giả thiết này, tổng năng lượng phá hủy E_a hoặc năng lượng phá hủy trên một đơn vị diện tích bề mặt, tốc độ giải phóng năng lượng và hệ số cường độ ứng suất có thể được xác định.

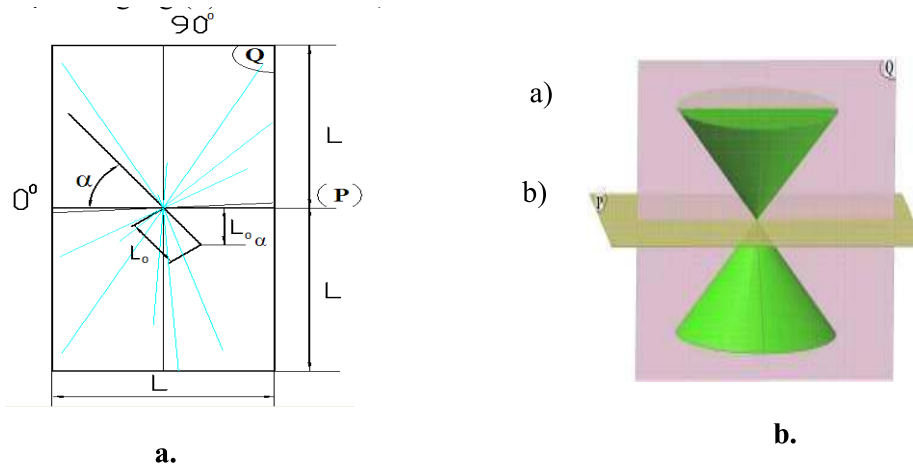
2. MÔ HÌNH HÓA VÀ TÍNH G_{IC}

Theo giả thuyết ở trên thì các sợi ngắn phân bố ngẫu nhiên, đồng nhất theo ba chiều trong không gian. Vì sự phân bố các sợi trong không gian mang tính đẳng hướng nên xác suất các sợi phân bố trong các mặt phẳng bất kỳ là như nhau. Nên bài toán nghiên cứu cơ chế phá hủy của vật liệu composite sợi ngắn có sự phân bố sợi ngẫu nhiên, đồng nhất theo ba chiều trong không gian trở thành bài toán nghiên cứu cơ chế phá hủy của vật liệu composite sợi ngắn có sự phân bố sợi ngẫu nhiên, đồng nhất trong mặt phẳng. Thành

phần diện tích của sợi và nền trên mặt cắt ngang là S_f và S_m ($S_f+S_m=1$).

Tất cả những sợi song song với nhau và cùng tạo với mặt cắt ngang một góc α bằng nhau sẽ được ta dùng phép tịnh tiến để đưa chúng về trên cùng một đường thẳng, đó là đường sinh của khối hình chóp (khối hình học mô tả đặc trưng của sự phân bố ngẫu nhiên các sợi trong vật liệu composite sợi ngắn có sự phân bố sợi ngẫu nhiên, đồng nhất theo ba chiều trong không gian) như hình 2.b.

Xét sự phân bố của các sợi trong một mặt phẳng (Q) bất kỳ của một mẫu với chiều dài $2L$ và mặt cắt ngang (P) như hình 2.a, ta có:



Hình 2. Một kiểu mô hình với chiều dài $2L$ và mặt cắt ngang (P) nằm ở giữa.

Thể tích của các sợi (v_f) và nền (v_m) trong mẫu thử được tính như sau:

$$v_f = 2 \int_0^L S_f dL = 2S_f L \quad (1)$$

$$v_m = 2 \int_0^L S_m dL = 2S_m L \quad (2)$$

Mặt khác, thể tích của các sợi (v_f) và nền (v_m) trong mô hình này còn được tính toán như sau:

$$v_f = V_f \cdot v_c \quad (3)$$

$$v_m = V_m \cdot v_c \quad (4)$$

Với, $v_c = v_f + v_m$

v_c là thể tích toàn bộ của composite;

V_f và V_m lần lượt là thành phần thể tích của sợi và nền.

Từ (1) và (2); và từ (3) và (4), suy ra:

$$2 S_f L = V_f v_c \quad (5)$$

$$2 S_m L = V_m v_c \quad (6)$$

Từ (5) và (6), ta có:

$$\frac{V_f}{V_m} = \frac{S_f}{S_m}$$

hoặc

$$\frac{S_f}{V_f} = \frac{S_m}{V_m} = \frac{S_f + S_m}{V_f + V_m} = \frac{1}{1} = 1$$

Từ đó suy ra:

$$S_f = V_f \quad (7)$$

$$S_m = V_m$$

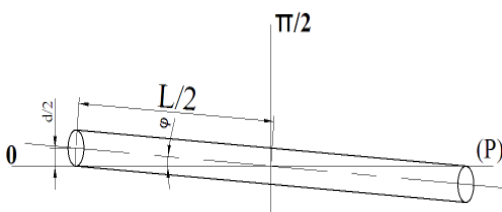
Bởi vì sự phân bố giống nhau của các sợi xung quanh mặt cắt ngang và mang tính chất đối xứng, nên ta xét $\frac{1}{4}$ diện tích trên mặt phẳng (Q) bất kỳ với góc $\beta = \left(0 \div \frac{\pi}{2}\right)$, ta có:

Xác suất của các sợi bị tuột (P_{fp}) với chiều dài trong phạm vi từ 0 đến L_c và góc của các sợi so với mặt cắt ngang $\alpha = \left(\frac{d}{L} \div \frac{\pi}{2}\right)$ có thể được tính như sau:

$$P_{fp} = \int_0^{L_c} \frac{dl}{L} \int_{\frac{d}{L}}^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{L} \quad (8)$$

Với: $L_c = \frac{d \sigma_{fu}}{2 \tau_0}$, d là đường kính của sợi, σ_{fu} là sức bền kéo của sợi.

Khi các sợi hợp với mặt cắt ngang một góc $\varphi = \left(0 \div \frac{d}{L}\right)$ (rad) thì nó sẽ bị bong tách ra so với nền khi gặp điều kiện thích hợp của ngoại lực:



Vậy, xác suất của các sợi bị bong tách khỏi nền là:

$$P_{fd} = \int_0^{\frac{d}{L}} \frac{d\varphi}{\pi/2} = \frac{d}{L} \cdot \frac{2}{\pi} = \frac{2d}{L\pi} \quad (9)$$

Xác suất của các sợi bị đứt gãy hoặc gãy vụn (P_{fb}) là:

$$P_{fb} = 1 - P_{fp} - P_{fd} = 1 - \frac{L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{L} - \frac{2d}{L\pi} \quad (10)$$

Từ (8), (9) và (10), phần diện tích của sợi bị gãy vỡ, sợi bị bong tách khỏi nền và sợi bị tuột lần lượt là:

$$S_{fb} = S_f P_{fb} = V_f P_{fb} = V_f \left(1 - \frac{L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{L} - \frac{2d}{L\pi} \right) \quad (11)$$

$$S_{fd} = S_f P_{fd} = V_f \cdot \frac{2d}{L\pi} \quad (12)$$

$$S_{fp} = S_f P_{fp} = V_f P_{fp} = V_f \frac{L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{L} \quad (13)$$

Số lượng của của sợi bị gãy vỡ, sợi bị bong tách khỏi nền và sợi bị tuột cho mỗi đơn vị diện tích lần lượt là:

$$N_{fb} = \frac{4 \cdot S_{fb}}{\pi d^2} = \frac{4V_f \left[L\pi - L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right) - 2d \right]}{L\pi^2 d^2} \quad (14)$$

$$N_{fd} = \frac{4 \cdot S_{fd}}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot V_f \cdot 2d}{L\pi^2 d^2} \quad (15)$$

$$N_{fp} = \frac{4 \cdot S_{fp}}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot V_f \cdot L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{L\pi d^2} \quad (16)$$

- Năng lượng phá hủy của sợi bị tuột U_{fp} cho mỗi đơn vị diện tích là:

$$U_{fp} = N_{fp} \overline{E_{fp}} \quad (17)$$

Với, $\overline{E_{fp}}$ là năng lượng trung bình của sợi bị tuột và được tính toán theo công thức sau:

$$\overline{E_{fp}} = \int_0^{L_{fb}} \tau_0 \pi d \, dl = \frac{L_c \tau_0 \pi d}{2}$$

$$\text{Với, } L_{fb} = \frac{L_c}{2}$$

$$\text{Vậy, } U_{fp} = N_{fp} \overline{E_{fp}}$$

$$\Leftrightarrow U_{fp} = \frac{4 \cdot V_f \cdot L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{L\pi d^2} \cdot \frac{L_c \tau_0 \pi d}{2}$$

$$\text{Hay } U_{fp} = V_f \frac{L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{dL} \sigma_{fu} \quad (18)$$

- Năng lượng phá hủy của sợi bị gãy vỡ U_{fb} trên mỗi đơn vị diện tích là:

$$U_{fb} = N_{fb} \sigma_{fu} \varepsilon_{fu} = \frac{4V_f \left[L\pi - \pi L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right) - 2d \right]}{L\pi^2 d^2} \sigma_{fu} \varepsilon_{fu}$$

$$U_{fb} = \frac{4V_f \left[L\pi - \pi L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right) - 2d \right]}{L\pi^2 d^2} \cdot \frac{\sigma_{fu}^2}{E_f} \quad (19)$$

Trong đó:

σ_{fu} là sức bền kéo của sợi.

ε_{fu} là biến dạng khi đứt của sợi.

- Năng lượng phá hủy của sợi bị bong tách so với nền U_{fd} trên mỗi đơn vị diện tích là:

$$U_{fd} = N_{fd} \overline{E_{fd}} \quad (20)$$

Trong đó, $\overline{E_{fd}}$ là năng lượng trung bình của sợi bị bong tách so với nền và được tính toán theo công thức:

$$\overline{E_{fd}} = \frac{\pi d}{2} \cdot L \cdot t_0 \quad (21)$$

Với, t_0 là ứng suất bong tách (N/mm^2) được xác định từ thực nghiệm.

$$\text{Vậy: } U_{fd} = N_{fd} \overline{E_{fd}} = \frac{4 \cdot V_f \cdot 2d}{L\pi^2 d^2} \cdot \frac{\pi d}{2} \cdot L \cdot t_0 = \frac{4V_f \cdot t_0}{\pi} \quad (22)$$

- Năng lượng phá hủy của nền trên mỗi đơn vị diện tích là:

$$U_m = V_m \sigma_{mu} \varepsilon_{mu} = (1 - V_f) \sigma_{mu} \varepsilon_{mu} \quad (23)$$

Với, σ_{mu} là sức bền kéo của nền

ε_{mu} là biến dạng cắt của nền

Vậy, năng lượng phá hủy trên mỗi đơn vị diện tích U_a bao gồm năng lượng phá hủy của những sợi bị gãy vỡ (U_{fb}), năng lượng phá hủy của những sợi bị tuột (U_{fp}), năng lượng phá hủy của những sợi bị bong tách so với nền (U_{fd}) và năng lượng phá hủy của nền (U_m):

$$U_a = U_{fb} + U_{fp} + U_{fd} + U_m$$

$$\Leftrightarrow U_a = \frac{4V_f \left[L\pi - \pi L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right) - 2d \right]}{L\pi^2 d^2} \cdot \frac{\sigma_{fu}^2}{E_f} + V_f \frac{L_c \cdot \cos\left(\frac{d}{L}\right)}{dL} \sigma_{fu} + \frac{4V_f \cdot t_0}{\pi} + (1 - V_f) \sigma_{mu} \varepsilon_{mu} \quad (24)$$

Khi đó, tốc độ giải phóng năng lượng G_{IC} có thể được xác định thông qua công thức sau đây [1, 2]:

$$G_{IC} = \frac{E_a}{BD\phi} = \frac{U_a}{\phi} \quad (25)$$

Hệ số cường độ ứng suất K_{IC} có thể được xác định theo mối quan hệ [1]:

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \quad (26)$$

3. KẾT LUẬN

Từ giả thuyết đặt ra, bài báo đã chứng minh và đề xuất phương trình để xác định năng lượng phá hủy U_a , để từ đó xác định được tốc độ giải phóng năng lượng tới hạn G_{IC} và hệ số cường độ ứng suất tới hạn K_{IC} . Nhờ vào các giá trị này, tính chất phá hủy của vật liệu composite sợi ngắn đẳng hướng có thể được đánh giá và dự báo.

4. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S.R. Reid, G. Zhou, *Impact Behaviour of Fibre-Reinforced Composite Materials and structures*, ISBN 1 85573 423 0, October 2000.
- [2] D.R. Moore, A. Pavan and J.G. Williams, *Fracture mechanical testing methods for polymers, adhesives and composites*, publication of European Structural Integrity Society No. 28, Elsevier 2001.
- [3] B.D. Agarwal and L.J. Broutman, *Analysis and Performance of fiber composites*, John Wiley & Sons, Inc., 1990.
- [4] L.H. Giang, Z. Korinek, J. Steidl, Z. Jenikova, *Temperature Effect on Dynamic Fracture Parameters of Short Fiber Composites*, SAMPE2003, Dayton-Ohio, USA, 28/09-02/10/2003.
- [5] Yi Pan, Lucian Iorga, Assimina A. Pelegri, *Numerical generation of a random chopped fiber composite RVE and its elastic properties*, 2008.
- [6] K.Friedrich, *Fractographic Analysis of Polymer composites*, in “Applications of Fracture Mechanics to Composite Materials”, edited by K. Friedrich, Elsevier Science Publishers, B.V., 1989.
- [7]. Pemra Ozbek, Christos Argyrakis and Patrick Leever, *Fracture mechanics analysis of arc shaped specimens for pipe grade polymers*, 2009.