

# MÔ PHỎNG DÒNG CHẢY QUA TRỤ TRÒN CÓ TẮM PHẪNG DAO ĐỘNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP BIÊN NHÚNG

## NUMERICAL SIMULATION OF FLOW OVER A CIRCULAR CYLINDER WITH AN OSCILLATING SPLITTER PLATE USING THE IMMERSED BOUNDARY METHOD

<sup>1</sup>Phan Đức Huỳnh, <sup>2</sup>Nguyễn Văn Nam

<sup>1</sup> Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. Hồ Chí Minh

<sup>2</sup> Trường Cao đẳng Kỹ thuật Cao Thắng, Tp. Hồ Chí Minh

### TÓM TẮT

Sử dụng phương pháp biên nhúng để mô phỏng dòng chảy qua trụ tròn có tấm phẳng dao động điều hòa theo một quỹ đạo xác lập trước. Sự tương tác phức tạp giữa các xoáy hình thành từ trụ tròn và tấm phẳng được khảo sát. Ba dạng xoáy hình thành phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động của tấm phẳng đó là: xoáy thường, chuỗi xoáy và xoáy từ tấm phẳng. Ngoài ra, mối quan hệ giữa hệ số cản, biên độ và tần số dao động của tấm phẳng cũng được trình bày. Phương pháp biên nhúng sử dụng tổng hợp hai biến: biến Lagrangian cho miền kết cấu và biến Eulerian cho miền lưu chất. Tương tác giữa lưu chất và kết cấu được đặc trưng bởi một lực khối cộng vào phương trình điều khiển. Lực khối được tính độc lập tại các điểm Lagrangian và đưa vào lưới Cartesian lân cận thông qua hàm Dirac delta.

**Từ khóa:** biên nhúng; tấm phẳng dao động; điều khiển dòng chảy bị động; trụ tròn.

### ABSTRACT

*Immersed Boundary Method (IBM) is applied to the numerical simulation of flow over a circular cylinder with an harmonic oscillating splitter plate. The complex interaction between the vortices shed from the cylinder and the splitter plate is investigated. Three different patterns of vortex shedding are observed depending upon the amplitude and frequency of plate oscillation: normal shedding, chain of vortices and shedding from splitter plate. In addition, the relationships between the drag coefficient, the amplitude and the frequency of plate oscillation are also presented. Immersed Boundary method employs a mixture two variables: Lagrangian variable for solid boundary and Eulerian variable for fluid domain. The interactions between the fluid and the structure are represented by forces added to the governing equations. This force densities are computed at Lagrangian markers and are spread to the Cartesian grid points via a the Dirac delta function.*

**Key words:** immersed boundary; oscillating splitter plate; passive flow control; circular cylinder.

## I. GIỚI THIỆU

Khi số  $Re \geq 47$  dòng chảy dần chuyển sang trạng thái không ổn định. Bắt đầu xuất hiện các xoáy có chu kỳ ở phía sau trụ tròn. Hiện tượng này được biết như là xoáy von-Karman. Đối với các kết cấu có tiết diện cản lớn thì xuất hiện dao động rất lớn do các xoáy này gây nên áp lực dao động. Hiện tượng này gặp rất nhiều trong thực tế như hệ thống ống dẫn trong bộ trao đổi nhiệt, các kết cấu trong ngành hàng hải, kết cấu cầu treo, ... Do đó, nghiên cứu đặc điểm của các xoáy gây dao động để tìm ra cơ chế hình thành cũng như phương pháp điều khiển trong thực tế rất quan trọng để tránh các hiện tượng phá hủy do dao động gây ra.

Sử dụng các tấm phẳng để phân chia dòng như là một phương pháp điều khiển bị động. Khi chiều dài  $L$  của tấm phẳng bằng đường kính  $D$  của trụ tròn, các xoáy này không hoàn toàn mất hẳn nhưng các hệ số cản  $C_D$  và số *Strouhal* ( $St$ ) giảm đi một cách đáng kể. Gerrard [1] đã khảo sát tần số xuất hiện của các xoáy với  $L=2D$ . Nghiên cứu đã kết luận số  $St$  giảm khi  $L$  tăng lên và đạt giá trị cực tiểu khi  $L=D$ . Nếu tiếp tục tăng chiều dài  $L$  thì số  $St$  sẽ tăng.

Nakamura [2] đã thực hiện thí nghiệm trên các vật cản có tiết diện khác nhau khi có tấm phẳng ở phía sau với  $300 \leq Re \leq 500$ . Khi có tấm phẳng thì đặc điểm của xoáy thay đổi từ xoáy von-Karman, xoáy có hai lớp không ổn định, thành một lớp trượt không ổn định tại đầu tấm phẳng. Ngoài ra số  $St$  ít phụ thuộc vào số  $Re$  và tiết diện của vật cản. Một hướng nghiên cứu khác nhằm giảm lực cản với  $30 \leq Re \leq 160$  và  $L=D$  [3]. Trong nghiên cứu này, tấm phẳng đặt tại vị trí cách trụ tròn một khoảng cách là  $G$ . Kết quả đã tìm ra vị trí tối ưu của tấm phẳng. Sự thay đổi đột ngột dòng chảy tự nhiên, hệ số cản và số  $St$  tăng nhanh khi tỉ số  $G/D$  tăng từ 2,6 đến 2,7.

Trong phân kết quả số, phân đầu tác giả khảo sát ảnh hưởng của chiều dài tấm phẳng cố định đến hệ số cản của kết cấu. Trường hợp tấm phẳng dao động, đặc điểm của các xoáy hình thành, ảnh hưởng của biên độ và tần số dao động của tấm phẳng đến hệ số cản cũng được khảo sát. Trong phần 2 của bài báo trình bày về phương pháp biên nhúng. Phần 3 trình bày các kết quả số đã đạt được.

## II. PHƯƠNG PHÁP BIÊN NHÚNG

Phương pháp biên nhúng (*Immersed Boundary Method-IBM*) ra đời và đã trở nên phổ biến trong các thập niên gần đây. Phương pháp này có khả năng mô phỏng các bài toán có biên dạng phức tạp, biên di chuyển và đặc biệt là các vật thể đàn hồi nhưng yêu cầu về thời gian tính toán và bộ nhớ ít hơn so với các phương pháp thông thường. Được Peskin C.S [4, 5] giới thiệu năm 1972 khi mô phỏng sự tương tác giữa dòng máu và sự co bóp của các cơ tim đang đập. Các công thức toán học trong *IBM* sử dụng kết hợp biến Eulerian và biến Lagrangian. Mối quan hệ giữa hai biến này thông qua hàm xấp xỉ Dirac delta. Các biến Eulerian của miền lưu chất được định nghĩa trên lưới cố định Cartesian. Các biến Lagrangian của kết cấu được định nghĩa trên lưới đường cong và di chuyển “tự do” trên lưới Cartesian mà không chịu một sự ràng buộc nào. Các điểm lưới của biên nhúng thì được mô hình hóa thành các điểm lực và được đưa vào phương trình Navier – Stokes như là một thành phần của ngoại lực tác dụng lên miền lưu chất.

### 2.1 Công thức toán học

Xét miền hai chiều  $\Omega_f = [0, L] \times [0, H]$  có dòng lưu chất nhớt, không nén được chứa biên nhúng là một vòng kín không có khối lượng  $\Gamma_b$ , hình 1. Biên nhúng có các thông số:  $\mathbf{X}(s, t)$ ,  $0 \leq s \leq L_b$ ,  $\mathbf{X}(0, t) = \mathbf{X}(L_b, t)$  trong đó  $L_b$  là chiều dài vòng kín  $\Gamma_b$  và

$\mathbf{X}(s, t)$  là một hàm cho biết tọa độ các điểm biên nhúng. Ảnh hưởng của biên nhúng đến miền lưu chất được đặc trưng bởi một thành phần lực khối đưa vào trong phương trình Navier-Stokes. Bởi vì biên nhúng tiếp xúc với lưu chất xung quanh nên vận tốc của nó phải phù hợp với điều kiện biên không trượt. Do đó, các phương trình tương tác giữa lưu chất và kết cấu như sau:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \right) + \nabla p(\mathbf{x}, t) = \mu \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \int_{\Gamma_b} \mathbf{F}(s, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(s, t)) ds \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}(s, t)}{\partial t} = \int_{\Omega_f} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(s, t)) d\mathbf{x} \quad (4)$$

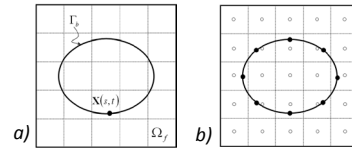
Với  $\mathbf{x} = (x, y)$  là tọa độ lưới Cartesian,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ ,  $p(\mathbf{x}, t)$  là vận tốc và áp suất của lưu chất, các hệ số  $\rho$  và  $\mu$  là khối lượng riêng và độ nhớt động lực học của lưu chất. Ngoài ra,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  là lực khối của biên nhúng tác dụng lên toàn bộ miền lưu chất và  $\mathbf{F}(s, t) = (F_x(s, t), F_y(s, t))$  là lực khối tại các điểm biên nhúng. Trong các phương trình trên, phương trình (1) và (2) là phương trình Navier-Stokes cho dòng lưu chất nhớt, không nén được có dạng tường minh:

Phương trình (1):

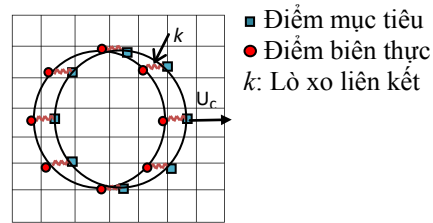
$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \left( \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_x \\ \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + \left( \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f_y \end{cases}$$

Phương trình (2):  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

Phương trình (3) xác định lực khối tác dụng lên toàn bộ miền lưu chất của biên nhúng. Phương trình (4) thể hiện sự di chuyển của biên nhúng theo miền lưu chất.



Hình 1: a) Mô hình của hệ lưu chất-biên nhúng  
 b) Lưới Eulerian (điểm sáng) và lưới Lagrangian (điểm đen).



Hình 2: Mô hình tính toán của phương pháp biên nhúng.

## 2.2 Xử lý miền kết cấu

Lực khối của biên nhúng được tính toán tại các điểm lưới Lagrangian và áp đặt lên các điểm lưới Cartesian lân cận của miền lưu chất thông qua hàm xấp xỉ Dirac delta. Giá trị của lực khối này được xác định theo công thức:

$$\mathbf{f}_{i,j}^n = \sum_{k=1}^{N_b} \mathbf{F}_k^n(t) \delta_h(\mathbf{x}_{i,j}^n - \mathbf{X}_{i,j}^n) \Delta s_k \quad (5)$$

với  $\delta_h(\mathbf{x}) = (1/h^2) \phi(x/h) \phi(y/h)$  là hàm Dirac delta. Trong đó  $\phi(r)$  là hàm liên tục [5, 6]:

$$\phi(r) = \begin{cases} (3-2|r| + \sqrt{1+4|r|-4r^2})/8, & 0 \leq |r| \leq 1 \\ (5-2|r| - \sqrt{-7+12|r|-4r^2})/8, & 1 \leq |r| \leq 2 \\ 0, & 2 \leq |r| \end{cases} \quad (6)$$

Trong IBM, khi vật thể là biên cứng thì có thể xem là biên đàn hồi nhưng có độ cứng rất lớn [9]. Gọi  $\mathbf{X}^e(s, t)$  là tọa độ ban đầu các

điểm biên nhúng trong hệ tọa độ Lagrangian. Khi tương tác với dòng lưu chất thì các điểm này di chuyển theo dòng lưu chất và có tọa độ là  $\mathbf{X}(s,t)$ . Nếu biên cứng cố định thì  $\mathbf{X}^e(s,t)$  cố định trên lưới Cartesian. Ngược lại, nếu biên cứng di chuyển thì các điểm biên ban đầu  $\mathbf{X}^e(s,t)$  di chuyển theo quỹ đạo xác định trước. Do là biên cứng nên phải luôn đảm bảo khoảng cách giữa hai tọa độ  $\mathbf{X}^e(s,t)$  và  $\mathbf{X}(s,t)$ . Bởi vì biên đàn hồi nên theo định luật Hooke ta có:

$$\mathbf{F}(s,t) = -k(\mathbf{X}(s,t) - \mathbf{X}^e(s,t)) \quad (7)$$

Với  $k$  là độ cứng của lò xo liên kết ảo giữa các điểm biên. Nếu có một điểm biên rời xa vị trí mong muốn, lực kéo của các lò xo sẽ kéo điểm đó về vị trí ban đầu  $\mathbf{X}^e(s,t)$ . Do đó, tại các bước thời gian, các điểm biên nhúng này sẽ luôn luôn bám sát với miền thật của kết cấu, hình 2. Giải phương trình Navier-Stokes đã có thành phần lực khối để tìm trường áp suất  $p_{i,j}^{n+1}$  và trường vận tốc  $\mathbf{u}_{i,j}^{n+1}$  tại các điểm lưới Cartesian sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn trên lưới Cartesian [6]. Sau đó, trường vận tốc này được nội suy để tìm vận tốc tại các điểm biên nhúng theo phương trình:

$$\frac{d\mathbf{X}_k^{n+1}}{dt} = \sum_{i,j} \mathbf{u}_{i,j}^{n+1} \delta_h(\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{X}_k^{n+1}) h^2 \quad (8)$$

### 2.3 Giải thuật của phương pháp biên nhúng

Trong bài báo tác giả sử dụng giải thuật tường minh [9], tức là lực khối tại các điểm Lagrangian được tính tại bước đầu tiên. Toàn bộ giải thuật của phương pháp như sau:

(1) Xác định lực  $\mathbf{F}^n(s,t)$  từ biên của kết cấu  $\mathbf{X}^n(s,t)$  theo phương trình (7).

(2) Áp đặt lực của biên nhúng lên toàn bộ miền lưu chất theo phương trình (5).

(3) Giải phương trình Navier-Stokes đã có các thành phần ngoại lực.

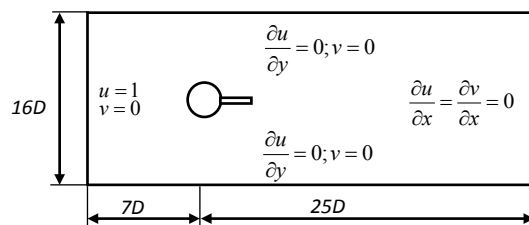
(4) Nội suy vận tốc mới của các điểm biên nhúng theo phương trình (8).

(5) Quay lại thực hiện bước (1).

## III. KẾT QUẢ SỐ

### 3.1 Tấm phẳng cố định

Miền tính toán và các điều kiện biên của bài toán được thể hiện trong hình 3. Miền lưu chất được rời rạc sử dụng 650 x 325 điểm lưới Cartesian theo hai phương  $x$  và  $y$ . Tổng số điểm lưới Lagrangian cho miền kết cấu là 46 điểm. Hình 4 thể hiện đường dòng của lưu chất qua trụ tròn có tấm phẳng cố định khi  $L=D$ . Các thông số như: hệ số cản  $C_D$ , số *Strouhal* và chiều dài của vùng xoáy tuần hoàn ( $L_s$ ) được so sánh với một số nghiên cứu khác trình bày trong bảng 1.



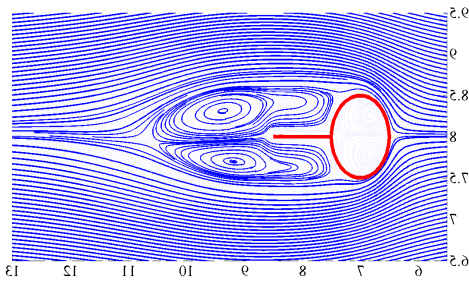
Hình 3: Miền tính toán và điều kiện biên.

Theo đó, các kết quả đã thực hiện thì khá phù hợp so với các nghiên cứu khác, sai số khoảng 3%. Sự xuất hiện của tấm phẳng làm ổn định các lớp trượt bề mặt được hình thành từ trụ tròn nên làm cản trở sự hình thành của các xoáy. Điều này được nhận biết khi so sánh số *St* đã được trình bày bảng 1. Trường hợp  $L=D$ , hệ số cản  $C_D$  cũng giảm từ 1,37 còn 1,16 do sự xuất hiện các đuôi xoáy của tấm phẳng. Tuy nhiên chiều dài của vùng xoáy tuần hoàn tăng lên. Hình 5 cho biết ảnh hưởng của chiều dài tấm phẳng cố định đến

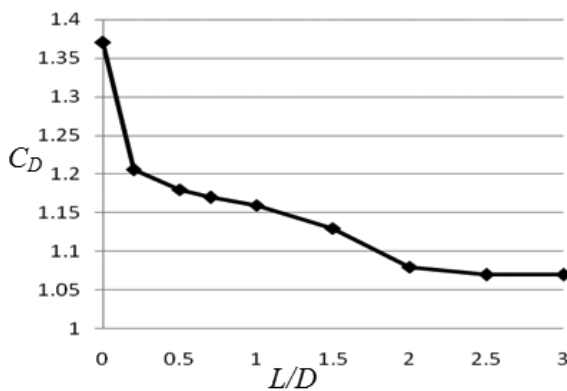
hệ số cản của kết cấu. Khi chiều dài  $L$  tăng thì hệ số cản  $C_D$  giảm dần. Nếu  $L \geq 2D$  thì  $C_D$  ít thay đổi khi chiều dài  $L$  tăng thêm. Lúc này giá trị của hệ số cản  $C_D$  dao động khoảng 1.07.

**Bảng 1.** So sánh các thông số của dòng chảy khi  $L=D$ .

		[3]	[7]	[10]	Hiện tại
Không có tấm phẳng	$C_D$	--	1,34	1,37	1,37
	$St$	--	0,167	0,165	0,160
	$L_s$	--	1,36	1,42	1,36
Có tấm phẳng cố định	$C_D$	1,18	1,17	1,174	1,16
	$St$	0,137	0,137	0,139	0,138
	$L_s$	3,21	3,21	3,30	3,20



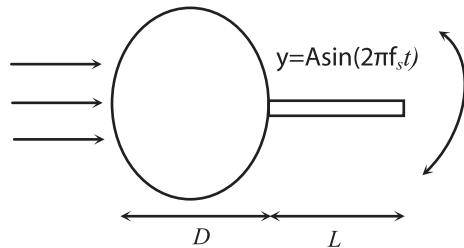
Hình 4: Đường dòng khi tấm phẳng  $L=D$  cố định.



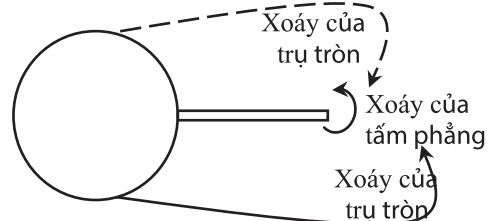
Hình 5: Ảnh hưởng của chiều dài tấm phẳng.

### 3.2 Tấm phẳng dao động tuần hoàn:

Các nghiên cứu được trình bày ở trên [1, 2, 3] chỉ tập trung vào trường hợp tấm phẳng cố định nhưng đặc điểm của các xoáy khi vật thể cố định và tấm phẳng dao động thì chưa có nhiều nghiên cứu. Bởi vậy, nội dung chính của bài báo là giải quyết bài toán dòng chảy qua trụ tròn cố định một gắn tấm phẳng dao động theo một hàm điều hòa như hình 6. Chiều dài  $L$  của tấm phẳng bằng với đường kính  $D$  của trụ tròn ( $L=D$ ) vì lúc này số  $St$  đạt giá trị cực tiểu [1]. Các điều kiện biên của bài toán được mô tả đầy đủ trong hình 3.



Hình 6: Mô hình của bài toán.



Hình 7: Các dạng xoáy trong bài toán.

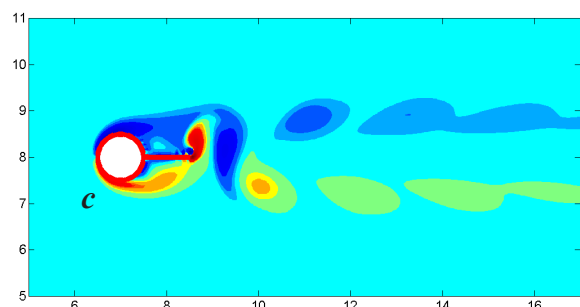
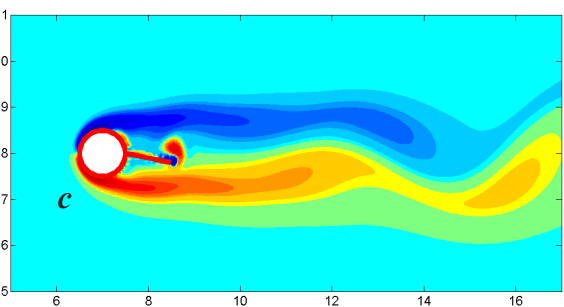
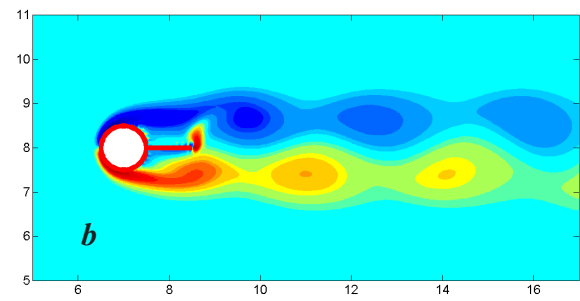
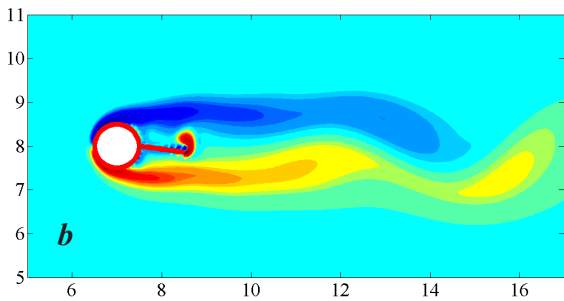
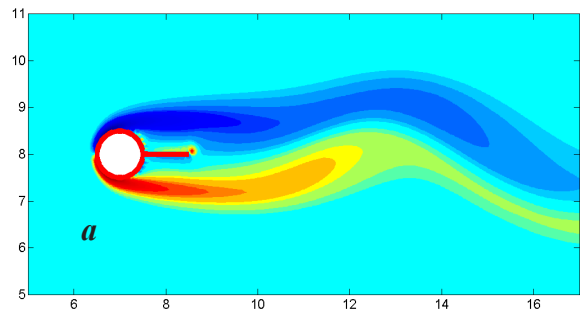
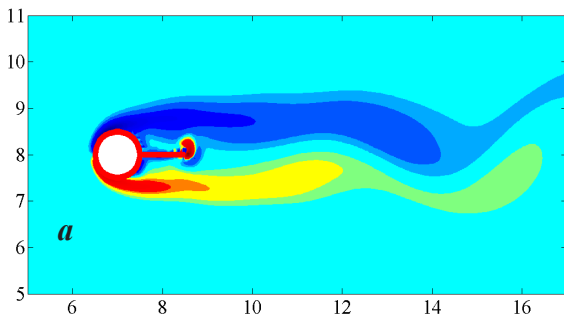
Khi tấm phẳng bắt đầu di chuyển, các xoáy xuất hiện, phát triển và tách ra từ đầu của tấm phẳng. Minh họa các xoáy của tấm phẳng và trụ tròn được thể hiện trong hình 7. Để rõ hơn về quá trình tương tác này, trường hợp cụ thể khi tấm phẳng dao động với  $A=0,2D$  và  $f_s=0,5$  được khảo sát.

Hình 8a thể hiện hình dạng xoáy khi tấm phẳng di chuyển xuống biên dưới từ vị trí giữa. Trong trường hợp này, xoáy tại đầu của tấm phẳng tương tác với xoáy của trụ tròn ở

phía trên mà có chiều quay ngược lại. Khi tiếp tục di chuyển xuống dưới, xoáy tại đầu tấm phẳng có kích thước tăng lên, hình 8b. Khi tấm phẳng đạt vị trí biên dưới, xoáy này kết hợp với xoáy phía dưới của trụ tròn cùng chiều quay như hình 8c.

Quá trình này cũng lặp lại khi tấm phẳng di chuyển lên biên trên. Ngoài ra quan sát hình 8a, các lớp trượt được hình thành tại bề mặt

dưới của tấm phẳng. Khi tiếp tục di chuyển xuống dưới, các lớp trượt này di chuyển đến đầu của tấm phẳng. Tại thời điểm này, tại bề mặt trên của tấm phẳng thì một lớp trượt mới cũng được hình thành và xoáy tại đầu tấm phẳng kết hợp với các xoáy bên dưới của trụ tròn như hình 8c. Các lớp trượt hình thành và di chuyển ra đầu tấm phẳng tích lũy và hình thành xoáy tại đầu trong quá trình di chuyển lên trên tiếp theo của tấm phẳng.



Hình 8. Tương tác giữa các xoáy khi tấm phẳng di chuyển xuống dưới với  $A=0,2D$  và  $fs=0,5$ ; hình a ở vị trí nằm ngang; hình b ở vị trí giữa; hình c ở vị trí biên dưới và đang kết hợp với xoáy của trụ tròn.

Hình 9. Các dạng xoáy hình thành khi tấm phẳng ở vị trí giữa trong quá trình di chuyển xuống; hình a khi  $A=0,1D$  và  $fs=0,1$ ; hình b khi  $A=0,2D$  và  $fs=0,2$ ; hình c khi  $A=0,4D$  và  $fs=0,5$ .

Biên độ và tần số dao động của tấm phẳng ảnh hưởng lớn đến việc hình thành xoáy của tấm phẳng. Xoáy tại đầu tấm phẳng tương tác với các xoáy hình thành từ trụ tròn nên có các loại xoáy khác nhau mà có thể phân thành 3 loại chính:

### 3.2.1 Xoáy thường

Trong kiểu xoáy này, số lượng các đuôi xoáy tương tự như xoáy von-Karman từ trụ tròn với cùng số  $Re$  thể hiện trong hình 9a. Các xoáy đơn độc lập được hình thành tại bề mặt trên và dưới của trụ tròn. Các xoáy từ đầu của tấm phẳng không làm thay đổi nhiều các đặc tính của các xoáy chính từ trụ tròn.

### 3.2.2 Chuỗi xoáy

Thay vì các xoáy đơn từ trụ tròn là một chuỗi xoáy được hình thành như hình 9b. Các xoáy này không kết hợp lại với nhau cho đến khi di chuyển ra xa tính từ vị trí của trụ tròn, sau đó thì hình thành xoáy thường.

### 3.2.3 Xoáy từ tấm phẳng

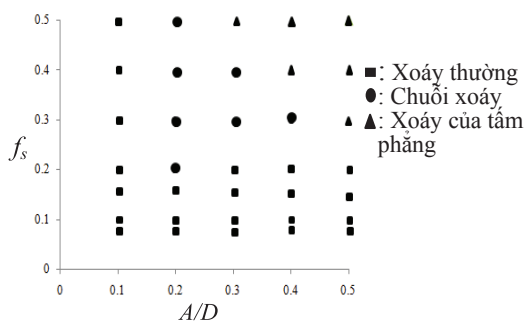
Tại vị trí gần bề mặt của trụ tròn, xuất hiện các đuôi xoáy liên tục giống nhau như các xoáy thường, hình 9c. Các xoáy này được tách ra từ đầu của tấm phẳng dao động hơn là từ trụ tròn. Tuy nhiên, về phía xa của dòng chảy thì các xoáy này tương tự như các chuỗi xoáy.

Hình 10 cho biết các dạng xoáy xuất hiện phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động của tấm phẳng. Khi biên độ và tần số đều nhỏ, các xoáy tương tự như trường hợp không có tấm phẳng, hình 9a. Bởi vì vận tốc dao động của tấm phẳng nhỏ nên các xoáy hình thành ở đầu của tấm phẳng chậm và không rõ ràng. Các xoáy này tuy ảnh hưởng đến số  $St$  và  $C_D$  nhưng không làm thay đổi nhiều các đặc điểm của xoáy chính từ trụ tròn. Khi biên độ và tần số dao động tăng, sự khác biệt giữa các xoáy bắt đầu thấy rõ. Thay cho các xoáy đơn là chuỗi xoáy xuất hiện. Quan sát hình 9b, khi phía trên là một xoáy phình thì tương ứng tại vị trí đó ở phía dưới là một xoáy hẹp. Điều này cho thấy mặc dù hình dạng các xoáy này khác nhau nhưng xoáy được tách ra từ bề mặt của trụ tròn thì có bản chất giống như các xoáy thường.

Khi cả biên độ và tần số dao động rất lớn, các xoáy phát triển và tách ra từ đầu của tấm phẳng rất nhanh và chiếm ưu thế ở vị trí gần trụ tròn. Khi tấm phẳng dao động với  $A=0,5D$  thì ảnh hưởng rất lớn đến việc hình thành các xoáy của trụ tròn, đặc biệt khi tấm phẳng ở vị trí biên.

## 3.3 Hệ số cản của kết cấu khi tấm phẳng dao động

Khảo sát hệ số cản của kết cấu là một phần quan trọng trong bài toán mô phỏng dòng chảy qua vật thể. Hệ số cản trung bình  $C_D$  của kết cấu được trình bày trong bảng 2. Theo đó, khi  $f_s$  tăng từ 0,0825 đến 0,165 thì  $C_D$  tăng dần. Ngoại trừ trường hợp  $A=0,5D$ ,  $C_D$  đạt giá trị cực đại khi  $f_s=0,165$ . Điều trùng hợp ngẫu nhiên là số  $St$  của dòng chảy qua trụ tròn không có tấm phẳng cũng là 0,165 [10]. Có thể vì số  $St$  của trụ tròn cố định và tần số dao động của tấm phẳng giống nhau, xoáy từ tấm phẳng cộng hưởng với xoáy từ trụ tròn nên  $C_D$  đạt giá trị cực đại. Hình 11 là đồ thị hệ số cản theo biên độ và tần



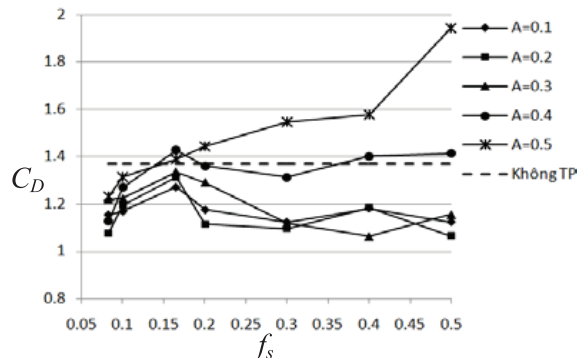
Hình 10. Các dạng xoáy khác nhau phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động.

số dao động khác nhau của tấm phẳng. Khi  $A \leq 0.3D$ , sau khi đạt giá trị cực đại thì  $C_D$  không thay đổi nhiều nếu  $f_s$  tăng thêm. Khi  $A > 0.3D$ , nếu tăng  $A$  thì  $C_D$  tăng theo tần số dao động. Đặc biệt  $A=0,5D$  thì  $C_D$  tăng liên tục khi  $f_s$  tăng 0,0825 đến 0,5 và đa số các giá trị của  $C_D$  lớn hơn so với trường hợp không có tấm phẳng. Do biên độ dao động lớn, bằng bán kính trụ tròn, nên cản trở các xoáy từ trụ tròn. Do đó hệ số cản  $C_D$  tăng nhanh theo tần số dao động, đặc biệt khi tấm phẳng ở ở vị trí biên.

Trong các biên độ và tần số dao động đã khảo sát, khi  $A=0,3D$  và  $f_s=0,4$  thì  $C_D=1,062$  là giá trị nhỏ nhất đạt được. Hệ số cản này nhỏ hơn khi so sánh với trường hợp tấm phẳng cố định có tỉ số  $L=3D$  tại cùng một số  $Re=100$ . Trong một nghiên cứu khác [10], giá trị hệ số cản cực tiểu  $C_D=1.050$  đạt được khi tấm phẳng dao động với  $A=0,3D$  và  $f_s=0.5$ . Ngoài ra, dựa vào hình 10 và bảng 2 có thể kết luận rằng: khi chuỗi xoáy được hình thành ở phía sau trụ tròn thì  $C_D$  có giá trị nhỏ hơn hai dạng xoáy còn lại.

**Bảng 2:** Hệ số cản theo biên độ và tần số dao động.

$f_s$	A/D				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0825	1,153	1,076	1,219	1,126	1,231
0,1	1,168	1,194	1,223	1,270	1,314
0,165	1,272	1,312	1,334	1,427	1,389
0,2	1,175	1,114	1,290	1,361	1,443
0,3	1,122	1,095	1,118	1,312	1,545
0,4	1,180	1,184	1,062	1,402	1,577
0,5	1,123	1,065	1,155	1,414	1,941



Hình 11. Đồ thị hệ số cản theo biên độ và tần số dao động khác nhau.

## V. KẾT LUẬN

Khi có tấm phẳng cố định đặt phía sau trụ tròn thì hệ số cản của kết cấu giảm. Chiều dài của tấm phẳng ảnh hưởng rất lớn đến hệ số cản của kết cấu. Nếu chiều dài tấm phẳng tăng lên thì hệ số cản giảm dần. Khi  $L \geq 2D$  thì hệ số cản gần như không thay đổi nếu chiều dài  $L$  tăng thêm. Giá trị hệ số cản  $C_D$  lúc này dao động khoảng 1.07. Nếu thay thế tấm phẳng cố định bằng tấm phẳng dao động thì có ba dạng xoáy hình thành phụ thuộc vào biên độ và tần số dao động của tấm phẳng đó là: xoáy thường, chuỗi xoáy và xoáy của tấm phẳng. Khi chuỗi xoáy hình thành thì hệ số cản thấp hơn so với hai dạng xoáy còn lại. Trong các biên độ và tần số đã khảo sát khi  $L=D$ , tấm phẳng dao động với  $A=0,3D$  và  $f_s=0,4$  thì hệ số cản đạt giá trị nhỏ nhất là  $C_D=1.062$ , giảm khoảng 22 % so với trường hợp trụ tròn không có tấm phẳng. Và giá trị này nhỏ hơn so với trường hợp sử dụng tấm phẳng cố định có chiều dài  $L=3D$ . Vậy trong các ứng dụng có không gian nhỏ hẹp, để giảm lực cản của kết cấu, chúng ta có thể sử dụng tấm phẳng có chiều dài ngắn hơn nhưng dao động với tần số và biên độ thích hợp để đạt hệ số cản tối ưu. Từ đó giảm các nguy cơ phá hủy kết cấu do các xoáy dao động gây ra.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Gerrard J. H., *The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies*. J. Fluid Mech **25**, 1966, 401–413.
- [2] Nakamura Y., *Vortex shedding from bluff bodies with splitter plates*, Journal of Fluids and Structures **10**, 1996, 147–158.
- [3] Kwon K., Choi H., *Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plate*, Phys Fluids **8**, 1996, 479–488.
- [4] Peskin C. S., *The immersed boundary method*, Acta Numer **11**, 2002, 479–517.
- [5] Peskin C. S., *Numerical analysis of blood flow in the heart*, J. Com. Phys. **25**, 1977, 220–252.
- [6] Griebel M., Dornseifer T., *Numerical simulation in fluid dynamics: A practical introduction*, Indus and App. Math, USA, 1998.
- [7] Hwang J. H., Yang K. S., Sun S. H., *Reduction of flow induced forces on a circular cylinder using a detached splitter plate*, J. of Wind Eng and Ind Aero **95**, 2007, 551–564.
- [8] Shukla S., Govardhan R. N., Arakeri J. H., *Flow past a cylinder with a hinged-splitter plate*, J. Fluid Struct **25**, 2009, 713–720.
- [9] Lai M. C., Peskin C. S., *An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity*, J. Comp. Phys. **160**, 2000, 705–719.
- [10] Sudhakar. Y., Vengadesan. S. - *Vortex shedding characteristics of a circular cylinder with an oscillating wake splitter plate*, Computers & Fluids. **50**, 2012, 40–52.