

ĐIỀU KHIỂN VỊ TRÍ HỆ GIẢM XÓC – VẬT – Lò XO SỬ DỤNG KỸ THUẬT HỒI TIẾP TRẠNG THÁI POSITION CONTROL MASS SPRING DAMPER SYSTEM BASED ON FULL STATE FEEDBACK TECHNIQUE

Phạm Thanh Tùng¹, Nguyễn Chí Ngôn²

¹Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long, Việt Nam

²Đại học Cần Thơ, Việt Nam

Ngày toà soạn nhận bài 8/11/2020, ngày phản biện đánh giá 30/11/2020, ngày chấp nhận đăng 25/12/2020

TÓM TẮT

Mục tiêu của bài báo là trình bày phương pháp thiết kế bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn cho hệ giảm xóc - vật - lò xo. Hệ này đã được áp dụng trong hầu hết các hệ thống treo động lực học để cung cấp độ tin cậy cao hơn trong các yêu cầu thiết kế như tăng hệ số an toàn hoặc hấp thụ lực tác động. Mô hình động học của hệ thống được thành lập sử dụng phương pháp không gian trạng thái. Kỹ thuật phân bố cực được sử dụng để thiết kế ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái của hệ thống. Các giá trị của ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái được sử dụng để điều khiển bám vị trí của hệ. Các kết quả mô phỏng trong MATLAB/SIMULINK được so sánh với bộ điều khiển PID chứng minh hiệu quả của phương pháp đề xuất với thời gian xác lập là 0.59 (s), sai số xác lập hội tụ về 0 và không có vọt lố.

Từ khóa: giảm xóc - vật - lò xo; phân bố cực; không gian trạng thái; PID; MATLAB/SIMULINK.

ABSTRACT

The objective of this paper is to present a method to design for a mass spring damper (MSD) system using a full order state observer. The mass spring damper systems have been applied in most dynamics suspension systems to provide more reliability of the design requirements such as increasing the factors of safety or absorbing the impact forces. A dynamic model of the mass spring damper using state space approach has been established. A pole placement technique is used to design state feedback gain matrix for the mass spring damper. The values of full state feedback gain matrix are used to control the position of the system. The simulation results in MATLAB/SIMULINK environment are compared with PID controller to prove the effectiveness of the proposed method with a settling time is 0.59 seconds, steady – state error converges to 0 and without overshoot.

Keywords: mass spring damper; pole placement; state space; PID; MATLAB/SIMULINK.

1. GIỚI THIỆU

Trong những năm gần đây, hệ MSD được sử dụng rộng rãi trong các lĩnh vực kỹ thuật [1], đặc biệt là trong các lĩnh vực lĩnh vực Tự động hóa và Cơ điện tử [2, 3]. Khái niệm về hệ thống MSD đã được thực hiện trên một số lĩnh vực thực tế, chẳng hạn như: điều khiển tay máy robot, hệ thống treo xe bus và các ứng dụng trong điều khiển vị trí [2, 3]; trong việc giảm rung động, trong phân tích hệ thống điều khiển và trong máy phát điện [4]. Các ứng dụng của hệ MSD đều

cung cấp độ tin cậy cao hơn như tăng các hệ số an toàn hoặc hấp thụ các lực tác động [1]. Vì thế, hệ MSD được nhiều nhà khoa học quan tâm và nghiên cứu.

Nghiên cứu [1] đã sử dụng kỹ thuật cuốn chiếu để điều khiển hệ MSD. Kết quả mô phỏng được so sánh với bộ điều khiển PID cho thấy kỹ thuật cuốn chiếu mang lại độ tin cậy cao. Nhóm tác giả trong [2] đã tiến hành đánh giá hiệu quả của bộ điều khiển PID và LQR cho hệ đôi MSD. Kết quả mô phỏng cho thấy rằng bộ điều khiển LQR tăng cường

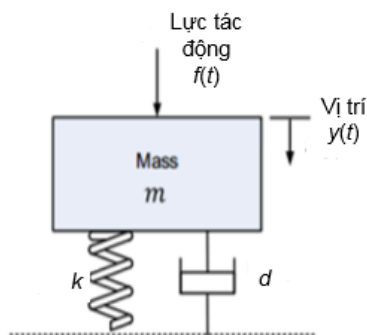
khả năng bền vững và hiệu quả hơn so với bộ điều khiển PID. Trong [3] đã thực hiện mô phỏng với Simulink, Simelectronics hệ đôi MSD và điều khiển PD cho hệ này. Kết quả mô phỏng cho thấy rằng đáp ứng của bộ điều khiển PD khoảng 6,5 (s). Nghiên cứu [4] đã phân tích sự sản sinh entropi và đáp ứng động của một MSD sử dụng toán tử phân số phù hợp. Nghiên cứu [5] đã mô phỏng hệ MSD trong biến pha. Kết quả mô phỏng cho thấy rằng hệ thống bị quá tải do đáp ứng tự nhiên của đường cong bắt đầu từ 0, đạt đến giá trị lớn nhất và sau đó trở về 0.

Mục tiêu của bài báo này là mô hình hóa và mô phỏng hệ MSD; thiết kế bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái để điều khiển hiệu quả vị trí của vật có khối lượng m . Kỹ thuật phân bố cực được sử dụng để tìm ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái của hệ thống. Kỹ thuật này cho thấy rằng các cực của hệ kín sẽ được đặt tại các vị trí mong muốn nếu như hệ thống là điều khiển được trạng thái hoàn toàn [6]. Trong phương pháp phân bố cực chúng ta giả sử rằng tất cả các biến trạng thái đều có giá trị hồi tiếp và ngõ vào tham chiếu bằng 0.

Bài báo được tổ chức gồm 4 phần: giới thiệu là phần 1; mô hình toán học của hệ MSD được trình bày ở phần 2; phần 3 trình bày phương pháp thiết kế bộ hồi tiếp trạng thái hoàn toàn cho hệ MSD và kết luận là nội dung của phần 4.

2. MÔ HÌNH HÓA VÀ MÔ PHỎNG HỆ MSD

Mô hình hệ MSD gồm vật có khối lượng m ; hệ số giảm xóc d và lò xo với độ cứng k được trình bày như Hình 1 [5]:



Hình 1. Mô hình hệ MSD [5]

Tổng các lực theo mọi phương bằng 0, ta có (1):

$$\sum F_y = 0 \quad (1)$$

$$f(t) - m\ddot{y}(t) - ky(t) - d\dot{y}(t) = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow f(t) = m\ddot{y}(t) + d\dot{y}(t) + ky(t)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{y}(t) + \frac{d}{m}\dot{y}(t) + \frac{k}{m}y(t) = \frac{1}{m}f(t) \quad (3)$$

Với: m là khối lượng của vật (kg); d là hệ số giảm xóc (Ns/m) và k là độ cứng lò xo (N/m).

Đặt biến trạng thái theo các qui tắc [6], ta được (4), (5) và (6):

$$x_1(t) = y(t) \quad (4)$$

$$x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{y}(t) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \dot{x}_2(t) = \ddot{x}_1(t) = \ddot{y}(t) \quad (6)$$

Từ (6) và (3), ta được (7):

$$\dot{x}_2(t) = \ddot{y}(t) = \frac{1}{m}f(t) - \frac{d}{m}\dot{y}(t) - \frac{k}{m}y(t) \quad (7)$$

Không gian trạng thái của hệ MSD như (8) và (9):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u(t) \quad (8)$$

$$y(t) = x_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 0u(t) \quad (9)$$

Trong đó:

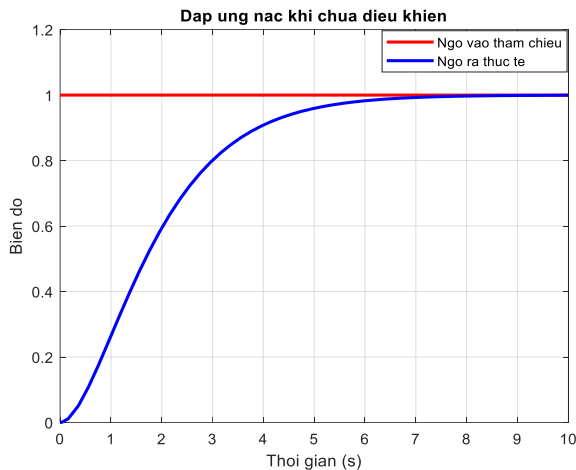
$f(t) = u(t)$ là tín hiệu ngõ vào

$y(t)$ là tín hiệu ngõ ra – vị trí của vật

Thông số mô phỏng hệ MSD như sau [7]:

$m = 1$ (kg); $k = 1$ (N/m) và $d = 2$ (Ns/m)

Hệ MSD có 2 cực tại -1 và -1. Kết quả đáp ứng nấc của hệ MSD khi chưa điều khiển được trình bày như Hình 2:



Hình 2. Đáp ứng bậc của hệ MSD

Các chỉ tiêu chất lượng của đáp ứng nấc khi chưa điều khiển được thể hiện ở Bảng 1. Quan sát Bảng 1 ta thấy rằng thời gian tăng và thời gian xác lập của đáp ứng nấc hệ MSD khi chưa điều khiển tương ứng là 3.36 (s) và 6.83 (s).

Bảng 1. Các chỉ tiêu chất lượng của đáp ứng nấc hệ MSD khi chưa điều khiển

Chỉ tiêu chất lượng	Thời gian tăng (s)	Thời gian xác lập (s)	Độ vọt lố (%)	Sai số xác lập
Giá trị	3.36	6.83	0	0

Để cải thiện các chỉ tiêu chất lượng, nghiên cứu sẽ thiết kế bộ hồi tiếp trạng thái hoàn toàn để điều khiển vị trí của hệ MSD bám theo vị trí tham chiếu đảm bảo thời gian tăng và thời gian xác lập nhanh hơn.

3. THIẾT KẾ BỘ HỒI TIẾP TRẠNG THÁI HOÀN TOÀN CHO HỆ MSD

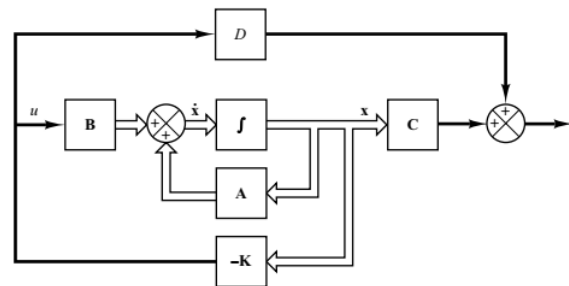
3.1. Thiết kế ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái

Trong phần này, nghiên cứu sử dụng phương pháp phân bố cực để xác định ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái K . Giả sử rằng 2 biến trạng thái $x_1(t), x_2(t)$ đo được và có giá trị hồi tiếp. Nghiên cứu chọn tín hiệu điều khiển như (10) [6]:

$$u(t) = -Kx(t) = -[k_1 \quad k_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Trong đó: K là ma trận 1×2 được gọi là ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái. Hệ kín có ngõ vào tham chiếu bằng 0 ($y_{ref} = 0$) với mục tiêu là duy trì ngõ ra bằng 0 vì khi có nhiễu xuất hiện, ngõ ra sẽ lệch khỏi 0.

Sơ đồ của hệ thống được trình bày như Hình 3 [6]:



Hình 3. Sơ đồ hệ thống với ma trận hồi tiếp trạng thái K

Phương trình trạng thái của hệ MSD được cho bởi (11):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (11)$$

$$\text{Trong đó: } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$

Thế (10) vào (11), ta được (12):

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (12)$$

Nghiệm của (12) như (13):

$$x(t) = e^{(A-BK)t} x(0) \quad (13)$$

Trong đó: $x(0)$ là giá trị trạng thái ban đầu. Đặc tính đáp ứng tức thời và ổn định được xác định bởi các trị riêng của ma trận $A - BK$. Nếu ma trận K được xác định phù hợp, ma trận $A - BK$ có thể được tạo thành một ma trận ổn định tiệm cận và tất cả $x(0) \neq 0$ sẽ đưa $x(t) \rightarrow 0$ khi $t \rightarrow \infty$ [6].

Ma trận điều khiển được của hệ MSD là:

$$Co = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m} \\ \frac{1}{m} & -\frac{d}{m^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Suy ra: $\det(Co) = -\frac{1}{m^2} \neq 0$ nên hệ MSD là điều khiển được trạng thái hoàn toàn. Áp dụng phương pháp Ackermann để xác định ma trận K :

$$\text{Ta đặt: } \mathcal{A}^0 = A - BK \quad (15)$$

Phương trình đặc trưng mong muốn là:

$$\begin{aligned} |sI - A + BK| &= |sI - \mathcal{A}^0| \\ &= (s - \mu_1)(s - \mu_2) \\ &= s^2 + \beta_1 s + \beta_2 = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Theo lý thuyết trạng thái Cayley - Hamilton, \mathcal{A}^0 thỏa phương trình đặc trưng của nó nên ta có:

$$\phi(\mathcal{A}^0) = \alpha_2 I + \alpha_1 \mathcal{A}^0 + \mathcal{A}^{\beta} = \mathbf{0} \quad (17)$$

Với:

$$\mathcal{A}^{\beta} = (A - BK)^2 = A^2 - ABK - BK\mathcal{A}^0 \quad (18)$$

Thay (15), (16) và (18) vào (17), ta có (19):

$$\begin{aligned} \phi(\mathcal{A}^0) &= \alpha_2 I + \alpha_1 (A - BK) + A^2 - ABK - BK\mathcal{A}^0 \\ &= \alpha_2 I + \alpha_1 A + A^2 - \alpha_1 BK - ABK - BK\mathcal{A}^0 \\ &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (19)$$

Tương tự như (17), ta cũng có (20):

$$\phi(A) = \alpha_2 I + \alpha_1 A + A^2 \neq \mathbf{0} \quad (20)$$

Thế (20) vào (19), ta được (21):

$$\phi(\mathcal{A}^0) = \phi(A) - \alpha_1 BK - ABK - BK\mathcal{A}^0 = \mathbf{0} \quad (21)$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} \phi(A) &= B(\alpha_1 K + K\mathcal{A}^0) + ABK \\ &= [B \ \dots \ AB] \begin{bmatrix} \alpha_1 K + K\mathcal{A}^0 \\ K \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

Vì $\det(Co) = -\frac{1}{m^2} \neq 0$ nên tồn tại $Co^{-1} = [B \ \dots \ AB]^{-1}$, ta có (23):

$$[B \ \dots \ AB]^{-1} \phi(A) = \begin{bmatrix} \alpha_1 K + K\mathcal{A}^0 \\ K \end{bmatrix} \quad (23)$$

Nhân 2 vế của (23) với ma trận $[0 \ 1]$, ta được (24):

$$\begin{aligned} [0 \ 1][B \ \dots \ AB]^{-1} \phi(A) \\ = [0 \ 1] \begin{bmatrix} \alpha_1 K + K\mathcal{A}^0 \\ K \end{bmatrix} = K \end{aligned} \quad (24)$$

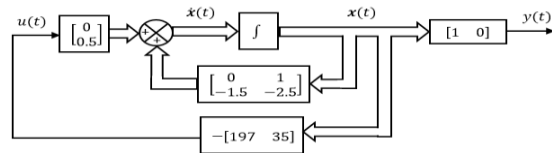
$$\text{Hay: } K = [0 \ 1][B \ \dots \ AB]^{-1} \phi(A) \quad (25)$$

Giả sử vị trí cực mong muốn của hệ thống tại $\mu_{1,2} = -10$.

Áp dụng phương pháp Ackermann để xác định ma trận $K = [k_1 \ k_2]^T = [99 \ 18]^T$.

3.2. Kết quả mô phỏng

Sơ đồ mô phỏng với các giá trị của ma trận K ($y_{ref} = 0$) như Hình 4:

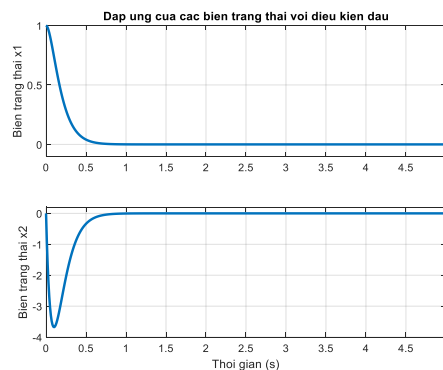


Hình 4. Sơ đồ mô phỏng với các giá trị của K

Để tìm đáp ứng của hệ với điều kiện đầu $x(0)$, ta sử dụng (13) với $x(0) = [1 \ 0]^T$. Lúc này ta có không gian trạng thái của hệ thống như (26):

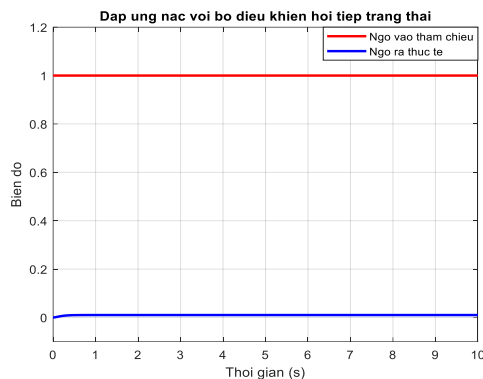
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + Iu(t) \\ y(t) = Ix(t) + Iu(t) \end{cases} \quad (26)$$

Đáp ứng của các biến trạng thái hệ MSD với $x(0) = [1 \ 0]^T$ như Hình 5:



Hình 5. Đáp ứng của các biến trạng thái với điều kiện đầu

Ngõ ra của hệ MSD với các giá trị của K và y_{ref} là hàm nấc đơn vị (*Step*) được trình bày như Hình 6:



Hình 6. Đáp ứng nấc của hệ MSD với các giá trị của K

Qua đáp ứng ở Hình 6, ta thấy rằng sai số xác lập giữa ngõ ra thực tế và ngõ vào tham chiếu là 0.99. Để giảm sai số xác lập, nghiên cứu đã thêm hằng số tỷ lệ $Nbar$ vào sau ngõ vào tham chiếu. Hệ số này được thực hiện với hàm *rscale* trong MATLAB như sau:

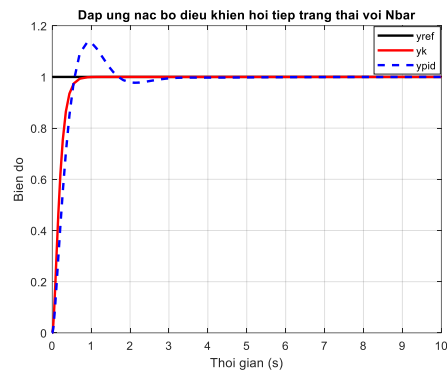
$$Nbar = rscale(A, B, C, D, K) \quad (27)$$

Trong đó: A, B, C và D là các ma trận của không gian trạng thái hệ MSD; K là ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái hoàn toàn.

Hàm *rscale* sẽ tìm hệ số tỷ lệ $Nbar$ sao cho sai số xác lập của hệ thống hội tụ về 0 đối với đáp ứng nấc của hệ tuyến tính liên tục. Hàm này được viết như sau:

```
function[Nbar] = rscale(a,b,c,d,k)
error(nargchk(2,5,nargin));
nargin1 = nargin;
if (nargin1==2),
[A,B,C,D] = ssdata(a);
K=b;
elseif (nargin1==5),
A=a; B=b; C=c; D=d; K=k;
else error('Input must be of the form
(sys,K) or (A,B,C,D,K)')
end;
s = size(A,1);
Z = [zeros([1,s]) 1];
N = inv([A,B;C,D])*Z';
Nx = N(1:s);
Nu = N(1+s);
Nbar=Nu + K*Nx;
```

Trong nghiên cứu này, hệ số $Nbar$ tìm được sau khi chạy chương trình *rscale.m* trong MATLAB là 100. Đáp ứng nấc với hệ số $Nbar$ của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái được so sánh với PID được trình bày như Hình 7. Bộ điều khiển PID được thực hiện bởi [7] với các giá trị $K_p = 10, K_I = 5, K_D = 2$.

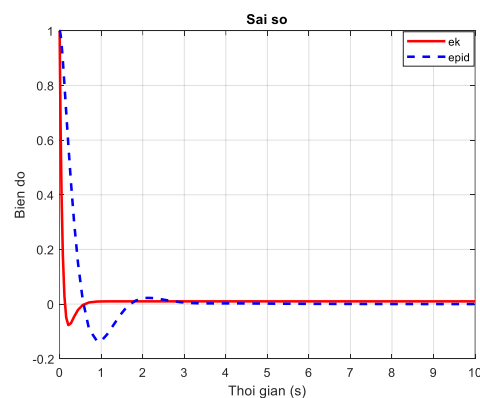


Hình 7. Đáp ứng với hàm nấc của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn và bộ điều khiển PID

Các chỉ tiêu chất lượng với ngõ vào là hàm nấc đơn vị với bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn so với bộ điều khiển PID được thể hiện ở Bảng 2:

Bảng 2. Các chỉ tiêu chất lượng của đáp ứng nấc với bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái

Chỉ tiêu chất lượng	Hồi tiếp trạng thái	PID [7]
Thời gian tăng (s)	0.344	0.442
Thời gian xác lập (s)	0.59	2.46
Độ vọt ló (%)	0	13.5
Sai số xác lập	0	0

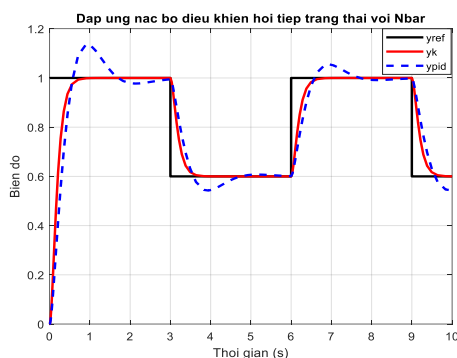


Hình 8. Sai số của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái và PID với ngõ vào hàm nấc đơn vị

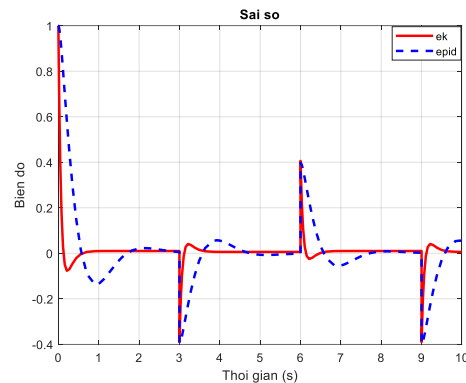
Sai số với ngõ vào là hàm nấc đơn vị của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn so với bộ điều khiển PID được trình bày ở Hình 8:

Qua đáp ứng sai số ở Hình 8, ta thấy rằng sai số của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn và bộ điều khiển PID đều hội tụ về 0. Tuy nhiên, thời gian hội tụ về 0 của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn (0.59 (s)) nhanh hơn bộ điều khiển PID (2.46 (s)).

Hình 9 và 10 trình bày đáp ứng và sai số của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn và bộ điều khiển PID khi ngõ vào là xung vuông. Qua kết quả đáp ứng ở Hình 9, ta thấy rằng ngõ ra thực tế của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hệ MSD vẫn bám tốt theo ngõ vào tham chiếu với các chỉ tiêu chất lượng tốt hơn so với bộ điều khiển PID. Với Hình 10, ta thấy rằng sai số của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn vẫn hội tụ về 0 và nhanh hơn bộ điều khiển PID.



Hình 9. Đáp ứng của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái và PID với ngõ vào xung vuông



Hình 10. Sai số của bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái và PID với ngõ vào xung vuông

4. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã sử dụng kỹ thuật hồi tiếp trạng thái hoàn toàn để thiết kế bộ điều khiển cho hệ giảm xóc - vật - lò xo. Các giá trị tìm được của ma trận độ lợi hồi tiếp trạng thái kết hợp với hệ số $Nbar$ được sử dụng để điều khiển bám vị trí của hệ. Các kết quả mô phỏng với MATLAB/SIMULINK cho thấy hiệu quả của kỹ thuật đề xuất với các chỉ tiêu chất lượng đạt được tốt hơn so với bộ điều khiển PID. Bên cạnh đó, bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái hoàn toàn cũng được kiểm chứng với ngõ vào xung vuông và vẫn cho đáp ứng tốt. Hệ giảm xóc - vật - lò xo sẽ được điều khiển với bộ điều khiển trượt, trượt thích nghi dùng mạng nơ ron,... phù hợp với vai trò và khả năng ứng dụng thực tế của hệ MSD.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] MUNAF FATHI BADR, EKHLAS HAMEED KARAM and NOOR MOHAMMAED MJEED, Control design of damper mass spring system based on backstepping controller scheme, *International Review of Applied Sciences and Engineering*, pp. 1 – 8 (2020).
- [2] Okubanjo, A.A, Oyetola, O.K, Ade-Ikuesan, O.O, Olaluwoye, O.O, Alao, P.O, Performance Evaluation of PD and LQR Controller for Coupled Mass Spring Damper System, *Futo Journal Series (FUTOJNLS)*, Volume-4, Issue-1, pp- 199 – 210 (2018).
- [3] Okubanjo A. A., Oyetola O. K., Olaluwoye O. O., Simulink and Simelectronics based Position Control of a Coupled Mass-Spring Damper Mechanical System, *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, Vol. 8, No. 5, pp. 3636 – 3646 (2018).

- [4] Jorge M. Cruz-Duarte, J. Juan Rosales-García and C. Rodrigo Correa-Cely, Entropy Generation in a Mass-Spring-Damper System Using a Conformable Model, *Symmetry*, pp. 1 -11 (2020).
- [5] Ejiroghene Kelly Orhororo, Monday Erhire Onogbotsere, Simulation of a mass spring damper model in phase variable, *ELK Asia Pacific Journal of Mechanical Engineering Research*, Volume 2 Issue 2, pp. 1 – 16 (2016).
- [6] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, Fifth Edition, Prentice Hall.
- [7] Kankariya Ravindra, Kulkarni Yogesh, Gujrathi Ankit, Comparative Analysis of P, PI, PD, PID Controller for Mass Spring Damper System using Matlab Simulink, *International Journal for Research in Engineering Application & Management (IJREAM)*, Special Issue – ICRTET-2018, ISSN: 2454-9150, pp. 668- 672 (2018).

Tác giả chịu trách nhiệm bài viết:

Phạm Thanh Tùng

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long

Email: tungpt@vlute.edu.vn