

PHÁT HIỆN VẾT NỨT VÀ TÍNH TOÁN TRƯỜNG ỨNG SUẤT TẮM CÓ VẾT NỨT BẰNG FEM – WAVELET

Nguyễn Hoài Sơn

Lâm Phát Thuận

Trường ĐH Sư Phạm Kỹ Thuật Tp HCM

ABSTRACT

Crack identification and computing singular stress field surrounding the top of the crack is an important problem in evaluating the techniques. Various techniques have been studied and used to solve the problem above. In linear elastic fracture mechanics assumptions, the Finite Element Method (FEM) using Barsoum singular element at the top of the crack and the Wavelet transform have proved to be very effective. In this article, the crack is evaluated through Stress Intensity Factor (SIF) determined by Displacement Correlation Technique (DCT) and the singular stress field is computed by extrapolation methods from the FEM analysis results. Wavelet transform is also used with continuous and discrete transformation and has good result.

1. Giới thiệu:

Trong nhiều thập kỷ qua, vấn đề về rạn nứt luôn được sự quan tâm rất lớn của các nhà nghiên cứu. Đặc biệt, việc dò tìm cũng như đánh giá mức độ ảnh hưởng của vết nứt lên hệ thống kỹ thuật cơ khí có ý nghĩa hết sức quan trọng, giúp chúng ta chuẩn đoán, đánh giá khả năng làm việc của hệ thống, đảm bảo hệ thống hoạt động ổn định và an toàn.

Việc ứng dụng các phương pháp số tỏ ra rất hiệu quả trong việc giải quyết bài toán nứt. Và FEM là một công cụ mạnh mẽ đã được sử dụng từ rất sớm. Cùng với việc Barsoum đưa ra phần tử suy biến điểm 1/4 và Irwin với khái niệm hệ số cường độ ứng suất, việc đánh giá độ bền cũng như tính toán trường ứng suất của chi tiết có vết nứt có thể được xác định từ kết quả FEM thông qua kỹ thuật tương quan chuyển vị và phép ngoại suy. Phần tử Barsoum không những thể hiện rất tốt trường ứng suất kỳ dị gần đỉnh vết nứt mà còn giảm đáng kể khả năng thất thoát năng lượng gần đỉnh vết nứt.

Với phép biến đổi Wavelet, sự tương quan giữa tín hiệu phân tích - trong bài báo này là trường chuyển vị của tấm có vết nứt - và hàm Wavelet được biểu thị thông qua độ lớn của các hệ số $C(a,b)$ và hàm chi tiết $D_j(k)$. Tại vị trí vết nứt, hàm chuyển vị bị mất liên tục, thể hiện tính tương quan cao với hàm Wavelet,

đồ thị hệ số $C(a,b)$ và hàm chi tiết $D_j(k)$ sẽ có giá trị rất lớn. Đây là cơ sở cho sự phát hiện vết nứt bằng Wavelet.

2. Hệ số cường độ ứng suất:

Hệ số cường độ ứng suất được xem như thước đo của trường ứng suất và biến dạng, là đại lượng đánh giá độ bền của tấm có vết nứt. Có nhiều phương pháp tính SIF từ kết quả FEM, kỹ thuật tương quan chuyển vị là một trong những kỹ thuật đơn giản nhất và được sử dụng sớm nhất để xác định SIF. DCT sử dụng 4 nút gần kề đỉnh vết nứt để tính SIF, như Hình 1.

(1)

$$K_I = \frac{G}{k+1} \sqrt{\frac{2p}{L} [4(v_2 - v_4) - (v_3 - v_5)]}$$

Với, $k = \frac{3-n}{1+n}$: đối với bài toán ứng suất phẳng

v_i : Chuyển vị nút thứ i của phần tử tam giác

điểm 1/4 lân cận đỉnh vết nứt
($i=2,3,4,5$)

G : Mô đun đàn hồi trượt

L : Kích thước cạnh l_{123}, l_{145} của phần tử

K_I : Hệ số cường độ ứng suất ở mode I.

Với bài toán tấm nứt thuần túy theo

mode I, K_I có thể được tính theo công thức lý thuyết như sau:

$$K_I = s \sqrt{pa} \cdot F(a/b)$$

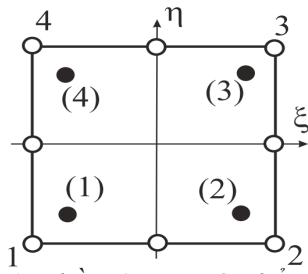
Trong đó, $F(a/b)$: hệ số hiệu chỉnh so với trường hợp tấm rộng vô hạn

- (2) a : Chiều dài vết nứt
- b : Chiều rộng mô hình

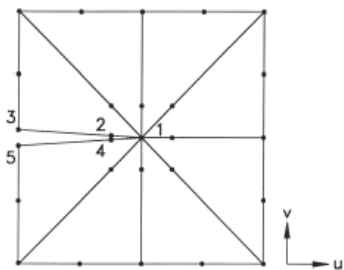
3. Tính toán trường ứng suất dựa trên phép ngoại suy:

Độ chính xác của ứng suất và biến dạng trên phần tử phụ thuộc vào vị trí điểm tính toán. Đối với phần tử tứ giác 8 nút, ứng suất và biến dạng có giá trị chính xác nhất tại bốn điểm tích phân Gauss 2×2 , hình 2, tọa độ tự nhiên tương ứng:

$$(\xi, \eta) = (\pm 1/\sqrt{3}, \pm 1/\sqrt{3})$$



Hình 1: Phần tử tam giác điểm 1/4 tại đỉnh vết nứt



Hình 2: Điểm tích phân 2×2 và các nút góc trên phần tử

Như vậy, giá trị ứng suất và biến dạng tại một nút được tính toán trên các phần tử khác nhau chứa nút đó là khác nhau, điều này dẫn đến trường ứng suất và biến dạng

bị mất liên tục. Để tạo ra trường ứng suất và biến dạng liên tục gồm hai bước:

Bước 1: Từ các giá trị được tính toán tại các điểm tích phân, sử dụng phương pháp ngoại suy để tìm giá trị tại các nút ở bốn đỉnh phần tử.

Đối với phần tử đẳng tham số bậc hai 8 nút, công thức ngoại suy được cho như sau: (3.33)

$$\{f\} = [L_{(m)}] \{f_{(m)}\}$$

Trong đó:

$\{f\}$ là giá trị trên nút ở bốn góc phần tử cần tìm;

$f_{(m)}$ là giá trị tại điểm tích phân 2×2

(3.34) $[L_{(m)}]$ là ma trận ngoại suy

$$[L_{(m)}] = \begin{bmatrix} 1+\sqrt{3}/2 & -1/2 & 1-\sqrt{3}/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1+\sqrt{3}/2 & -1/2 & 1-\sqrt{3}/2 \\ 1-\sqrt{3}/2 & -1/2 & 1+\sqrt{3}/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1-\sqrt{3}/2 & -1/2 & 1+\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

Giá trị các nút giữa bằng trung bình cộng của hai nút trên cạnh tương ứng.

Bước 2: Trung bình cộng các giá trị được tính trên các phần tử liên quan. Sau cùng trường ứng suất và biến dạng sẽ được nội suy theo hàm dạng.

4. Phép Biến đổi Wavelet:

a. Biến đổi Wavelet liên tục

Phân tích Wavelet bắt đầu từ việc chọn trong những họ wavelet có sẵn, một hàm cơ bản theo không gian x hoặc theo thời gian t. Trong bài báo này, hàm cơ bản được chọn theo biến độc lập x. Hàm này được gọi là “Wavelet mẹ” $y(x)$.

Biến đổi wavelet liên tục (Continuous Wavelet Transform- CWT) là tổng trên toàn khoảng thời gian của tín hiệu nhân theo tỷ lệ (scale) và dịch vị (position) của hàm wavelet mẹ $y(x)$.

$$(3.1)$$

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) y\left(\frac{x-b}{a}\right) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) y_{a,b}(x) dx$$

Trong đó: a là tỷ lệ (scale) và b là dịch vị (position) là những số thực và $a \neq 0$

Kết quả của CWT là tạo ra các hệ số wavelet $C(a,b)$ thể hiện sự tương quan của hàm wavelet với tín hiệu phân tích $f(x)$.

Nghịch đảo CWT cho phép thu lại tín hiệu $f(x)$ từ các hệ số $C(a,b)$, được định nghĩa

$$(3.2)$$

$$f(x) = \frac{1}{K_{\psi}} \int_{a=a_0}^{\infty} \int_{b=-\infty}^{\infty} C(a,b) y_{a,b}(x) dx db \frac{d}{a^2}$$

Trong đó, hằng số K_{ψ} phụ thuộc vào loại wavelet.

b. Biến đổi Wavelet rời rạc

Khuyết điểm của CWT là tạo ra rất nhiều hệ số $C(a,b)$. Vì vậy, để rút ngắn thời gian và đơn giản hóa quá trình tính toán nhưng vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết. Người ta thay việc sử dụng các hệ số tỷ lệ a và dịch vị b liên tục bằng các hệ số rời rạc, lũy thừa cơ số 2 là $a = 2^j, b = k2^j, (k, j \in \mathbb{Z})$, còn gọi là mức dyadic. Phép biến đổi như vậy gọi là phép biến đổi wavelet rời rạc (Discrete Wavelet Transform - DWT).

$$C_{j,k} = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) y(2^{-j}x - k) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) y_{j,k}(x) dx$$

$$(3.3)$$

Trong đó:

Số nguyên j được xem như là mức (level)

Tín hiệu $f(x)$ cũng có thể tái tạo từ hệ số $C_{j,k}$ và thuật toán này gọi là phép biến đổi wavelet rời rạc ngược (IDWT)

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} 2^{-j/2} y_{j,k}(2^{-j}x - k)$$

Giả thiết rằng, hệ số wavelet $C(a,b)$ chỉ có giá trị đối với tỷ lệ $a < a_0$, với $a > a_0$ được xem như nhiễu. Trong trường hợp này, việc tái tạo tín hiệu $f(x)$ nguyên thủy từ $C(a,b)$ cần thêm phần bù của tín hiệu tương ứng ($a > a_0$). Để thực hiện việc này, người ta đưa vào hàm $f(x)$ khác, được xem như hàm tỷ lệ (scale function). Thay $y(x)$ bằng $f(x)$ vào phương trình (3.1) ta thu được hệ số $D(a_0, b)$

$$D(a_0, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) f_{a_0,b}(x) dx$$

Khi đó, công thức thu hồi tín hiệu $f(x)$ có thể chia thành 2 thành phần

$$(3.5)$$

$$f(x) = \frac{1}{K_{\psi}} \int_0^{a_0} \left(\int_{b=-\infty}^{\infty} C(a,b) y_{a,b}(x) dx db \right) \frac{da}{a^2} + \frac{1}{K_{\psi} a_0} \int_{b=-\infty}^{\infty} D(a_0, b) y_{a_0,b}(x) db$$

Từ phương trình (3.3) áp dụng cho trường hợp hệ số tỉ lệ a và dịch vị b ở mức dyadic J , ta thu được một dãy các hệ số

$$(3.6) \mathcal{D}_J(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) y_{J,k}(x) dx : \text{hệ số chi tiết mức } J$$

Áp dụng phương trình (3.3) với $f(x)$ ta thu được một dãy các hệ số khác

$$(3.7) \mathcal{A}_J(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) f_{J,k}(x) dx : \text{hệ số xấp xỉ mức } J$$

Từ bộ hệ số $\mathcal{D}_J(k)$ và $\mathcal{A}_J(k)$ ta có thể thu hồi lại tín hiệu $f(x)$ như sau:

$$\text{Trong đó: } D_j(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c D_j(k) y_{j,k}(x)$$

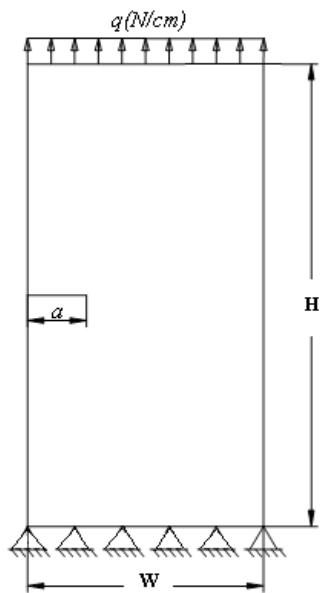
hàm chi tiết ở mức J

$$A_J(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_J(k) f_{j,k}(x) : \text{hàm xấp xỉ ở mức } J$$

Như vậy, tín hiệu $f(x)$ có thể biểu diễn như là tổng xấp xỉ của nó ở mức J cộng với tổng tất cả các chi tiết của nó nhỏ hơn hoặc bằng mức J .

$$(3.10) \quad f(x) = A_J(x) + \sum_{j \leq J} D_j(x)$$

Như vậy, quá trình phân tích wavelet liên tục, kết quả phân tích sẽ tạo ra hệ số wavelet $C(a,b)$. Giá trị của hệ số $C(a,b)$ càng lớn thì tính tương quan giữa tín hiệu $f(x)$ và hàm wavelet $y_b(x)$ càng cao. Đối với phân tích rời rạc, kết quả sẽ tạo ra hàm xấp xỉ $A_J(x)$ ở mức J tương ứng với tín hiệu có tần số thấp và hàm chi tiết $D_j(x)$ tương ứng với tín hiệu ở tần số cao. Quá trình này cũng tạo ra hệ số xấp xỉ $\mathcal{A}_J(k)$ và hệ số chi tiết $\mathcal{D}_j(x)$. Giá trị của các hệ số này cũng thể hiện tính tương quan giữa tín hiệu $f(x)$ với hàm wavelet $y_b(x)$ và hàm tỷ lệ $f_{j,k}(x)$.



5. Ứng dụng :

a. Mô hình phân tích

Mô hình tính toán là tấm nứt cạnh,

một đầu ngàm, một đầu chịu kéo, Hình 3.

Với các thông số đặc trưng như sau:

Chiều cao tấm: $H=210$ (cm)

Chiều rộng tấm: $W=80$ (cm)

Chiều dày tấm: $t=1$ (cm)

Module đàn hồi: $E=2e7$ (N/cm²)

Hệ số poisson: $\nu = 0.3$

Chiều dài vết nứt: $a=25$ (cm)

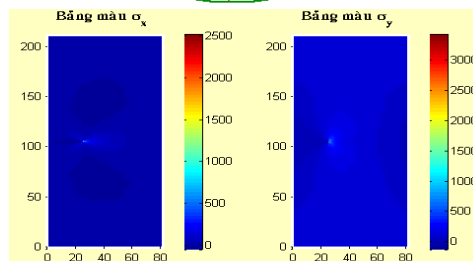
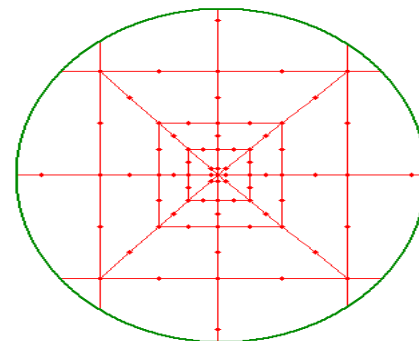
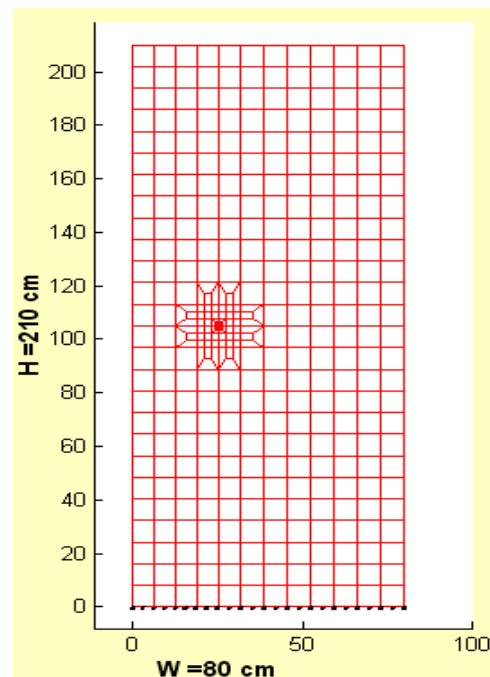
Tọa độ đỉnh vết nứt: $y_{nut}=105$ (cm)

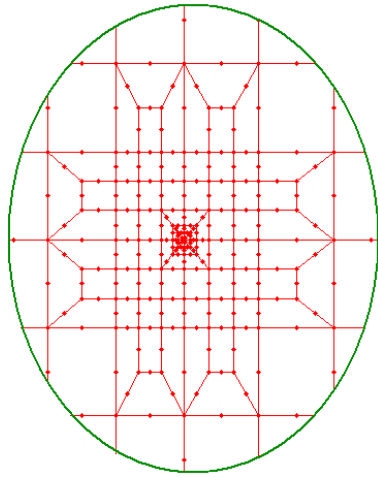
Tải trọng phân bố đều: $q=100$ (N/cm)

Độ bền vật liệu: $K_{Ic}=140000$ (N/cm^{3/2})

b. Lưới PTHH:

Hình 3: Mô hình bài toán





c. Kết quả:

Từ kết quả trường chuyển vị tính được bằng FEM, ta tính được hệ số cường độ ứng suất cho các trường hợp với số phần tử thay đổi, Bảng 1.

Bảng 1: Kết quả tính toán K_I trong các trường hợp chia lưới cho bài toán nứt cạnh

Hình 6: Bảng màu trường ứng suất của tâm

Lưới	Số phần tử	Bậc tự do	L_c/a	K_{FEM}	K_{It}	Diff (%)
1	164	1090	0.0833	750.6082	756.5252	0.7821
2	332	2154	0.0625	751.6175	756.5252	0.6487
3	440	2826	0.0625	750.3358	756.5252	0.8181
4	560	3578	0.0500	751.9148	756.5252	0.6094
5	620	3954	0.0500	751.8286	756.5252	0.6208
6	700	4442	0.0500	751.4653	756.5252	0.6688
7	740	4690	0.0417	751.8028	756.5252	0.6242
8	818	5170	0.0417	751.5941	756.5252	0.6518
9	856	5406	0.0417	751.5841	756.5252	0.6518
10	900	5674	0.0417	750.9568	756.5252	0.7361

Trong đó: K_{FEM} là kết quả tính toán hệ số cường độ ứng suất bằng FEM

K_{It} là kết quả tính toán hệ số cường độ ứng suất lí thuyết

$Diff (%) = (K_{FEM} - K_{It}) / K_{It} \times 100\%$ là phần trăm sai số giữa hai lời giải

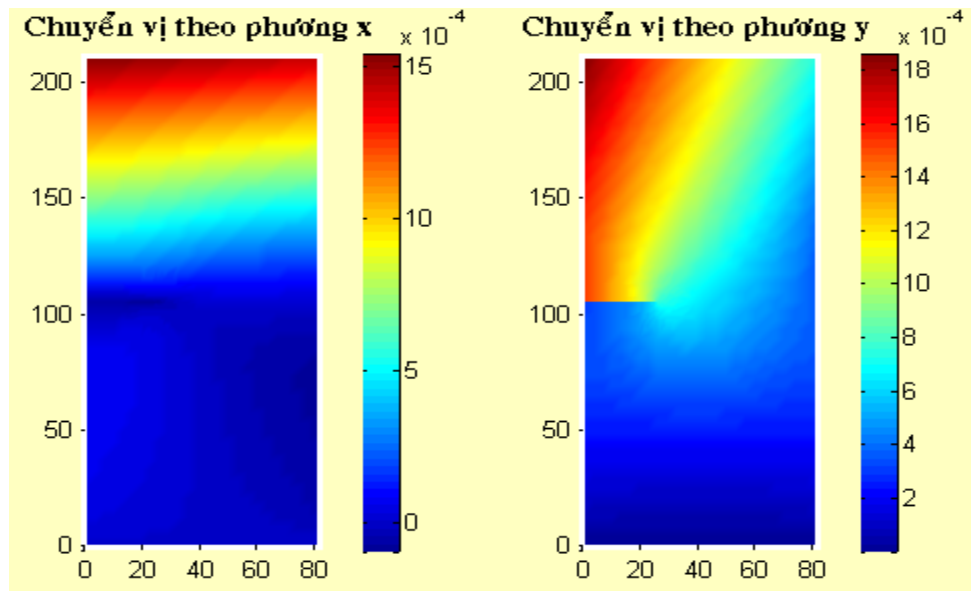
L_c/a là tỉ lệ giữa kích thước phần tử tam giác suy biến điểm $1/4$ và chiều dài vết nứt a

Nhận xét:

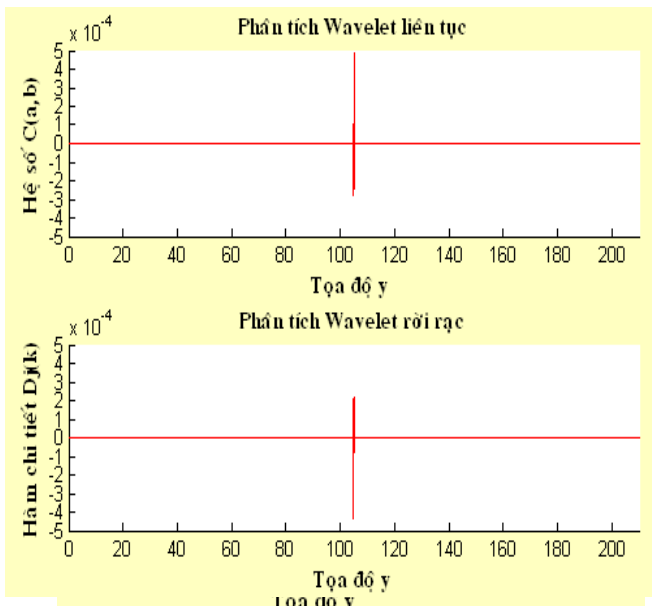
Từ kết quả thu được ở Bảng 1 cho thấy, sai số giữa SIF tính bằng FEM và SIF

tính bằng lí thuyết là bé. Chứng tỏ, trường chuyển vị tính toán từ FEM đạt độ chính xác cao, giải thuật FEM là hợp lí.

Từ kết quả trường chuyển vị, ta có thể xác định được trường ứng suất, Hình 6. Và cũng với trường chuyển vị thu được, thực hiện phép biến đổi Wavelet với tín hiệu phân tích là giá trị chuyển vị ở tọa độ $x = 0$. Ta có thể nhận thấy sự tồn tại vết nứt, thông qua sự nhiễu loạn trên đồ thị hệ số $C(a,b)$ trong phân tích liên tục (sử dụng họ Wavelet Daubechies bậc 5) và đồ thị hàm chi tiết $D_j(k)$ trong phân tích rời rạc (sử dụng họ Wavelet Biorthogonal bậc 6.8), Hình 7.



Hình 5: Bảng màu trường chuyển vị của tấm



Hình 7: Sự nhiễu loạn trên đồ thị hệ số $C(a,b)$ và Hàm chi tiết $D_j(k)$ tại vị trí vết nứt

6. Kết luận:

Kết quả trường chuyển vị và trường ứng suất tính toán được bằng FEM dưới những điều kiện của cơ học rạn nứt đàn hồi tuyến tính đã thể hiện được tính chất suy biến tại đáy vết nứt. Điều đó cho thấy, phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với việc sử dụng phần tử Barsoum mang lại nhiều hiệu quả cao trong giải quyết bài toán nứt.

Hệ số cường độ ứng suất tính toán từ kết

quả FEM thông qua kỹ thuật tương quan chuyển vị có sai số rất nhỏ so với giá trị SIF tính theo lý thuyết, chứng tỏ giải thuật FEM là hợp lý và có khả năng ứng dụng cao trong bài toán rạn nứt.

Phép biến đổi Wavelet đạt hiệu quả cao trong việc phát hiện sự tồn tại vết nứt. Dựa trên sự nhiễu loạn của đồ thị hệ số $C(a,b)$ và hàm chi tiết $D_j(k)$, chúng ta có thể nhận thấy được sự mất liên tục trong trường chuyển vị của tấm tại vị trí có vết nứt.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] G. P. Nikishkov (2007), "Introduction To The Finite Element Method", Lecture Notes. University of Aizu, Aizu-Wakamatsu 965-8580, Japan.
- [2] A.V. Ovaneso,va, L.E. Suárez (2004), "Applications of Wavelet transform to damage detection in frame structures", Engineering Structures, Vol 26, pp.39-49.
- [3] Barry D. Fehl, Kevin Z. Truman, "An evaluation of fracture mechanics quarter-point displacement techniques used for computing stress intensity factors", Engineering Structures, Vol 21, pp.406-415.
- [4] Đỗ Kiến Quốc (2005), Đàn hồi ứng dụng, NXB Đại học Quốc Gia TP.HCM.
- [5] Nguyễn Hoàng Hải, Nguyễn Việt Anh,

Phạm Minh Toàn, Hà Trần Đức (2005), Công cụ phân tích wavelet và ứng dụng trong Matlab, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.

[6] Nguyễn Hoài Sơn, Lê Thanh Phong, Mai Đức Đãi (2008). Ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn trong tính toán kết cấu, NXB Đại học Quốc gia Tp. HCM.

[7] Nguyễn Hoài Sơn, Lê Thanh Phong, Mai Đức Đãi (2008). Ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn trong tính toán kỹ thuật, NXB Đại học Quốc gia Tp. HCM.

[8] Nguyễn Quận (2008), “Nghiên cứu sự phát triển vết nứt trên chi tiết cơ khí bằng FEM – Wavelet,” Luận văn thạc sĩ — Đại học Sư Phạm Kỹ Thuật TP.HCM.